<u>TEMA</u>: EXPRESIONES ALGEBRAICAS

CONCEPTO

Son aquellas expresiones en las que las operaciones que se usan son sólo las de adición, sustracción, multiplicación, división, potenciación, radicación entre sus variables en un número limitado de veces.

Ejemplos:

$$\left.\begin{aligned} P(x) &= x^2 + 4x - y \\ Q(x,y) &= \frac{4x-y}{\pi} + \sqrt{2}y - 4 \\ R(x,y,z) &= 2 + 4x + \frac{\log 2}{x.y.z} \end{aligned}\right\}$$ Son expresiones algebraicas

$$\left.\begin{aligned} R(x) &= Sen^2 x - 1 \\ T(x) &= x^{x^x} - 1 \\ R'(x,y,z) &= 3 + 2x + \frac{\log x}{x.y.z} \\ A(x) &= 1 + x + x^2 + \ldots\ldots \end{aligned}\right\}$$ Son expresiones algebraicas

TÉRMINO ALGEBRAICO

Es aquella expresión algebraica en la que no se enlaza a las variables mediante la adición y la sustracción, presenta dos partes que con el coeficiente y la parte literal (parte variable)

Ejemplo:

$$R(x,y) = \underbrace{3\pi}_{\text{coeficiente}}\ \overset{\text{exponente}}{\underbrace{x^{2}y^{4}}_{\text{parte literal}}}$$

TÉRMINOS SEMEJANTES

Se llaman términos semejantes de una expresión algebraica a aquellos que tienen la misma parte literal, esto es; la mismas letras con los mismos exponentes. Difieren, entre sí en los coeficientes.

Ejemplos:

a) $3xyz^2$; $-3xzy^2$; $-6xyz^2$ — Son términos semejantes

b) $2a^2b$; $-3a^2b$; $7a^2b$; $-a^2b$ — Son términos semejantes

c) np^3; np^3, $-np^3$ — Son términos semejantes

d) $-3a^3b$; $6ab^3$ — No Son términos semejantes

CLASIFICACIÓN DE LAS EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Las expresiones algebraicas se clasifican en Monomios y Polinomios.

I) **Monomios:** Es la expresión algebraica que consta de un solo término.

Ejemplos:

$$\boxed{3x;\ 7x^2y;\ xy^3;\ 0{,}7\ ab;\ x^2yz^3}$$

II) **Polinomios:** Es la expresión algebraica de dos o más términos.

Ejemplos:

$$\boxed{4x - 3y\ ;\ 5x^2 - 3y + xy;\ 3xy + 5y - 3x + 6}$$

- **Binomio:**
  Es la expresión algebraica que consta de dos términos.
  Son binomios:

$$3x^2 - y;\ 8x^2y + y;\ 2x + 3;\ 5x^2 + 6$$

- **Trinomio:**
  Es la expresión algebraica que consta de tres términos
  Son trinomios:

$$3x^2 - 7x + z;\ 2a^2 + 3ab + b^2;\ 7x^3 - 2x^2 + 6$$

GRADO DE UNA VARIABLE

El grado de una variable es el exponente de dicha variable.

Ejemplo::

En el término: $7x^2y^3$

- La variable "x" es de grado 2, o segundo grado.
- La variable "y" es de grado 3, o tercer grado.

GRADO DE UN MONOMIO

El grado de un monomio puede ser relativo o absoluto.

- El **Grado Relativo** o con respecto a una letra o variable está dado por el exponente de dicha letra.
  Así:
  $9x^3y^2$ ...... es de tercer grado con respecto a "x"; y de segundo grado con respecto a "y".
  Grado Relativo con respecto a "x" es 3 y **Grado Relativo** con respecto a "y" es 2.
- **Grado Absoluto** de un término algebraico está dado por la suma de los exponentes de la parte literal.
  Así:
  El grado absoluto de: $9x^3y^2$ es: $3 + 2 = 5$
  El grado absoluto de: $5x^8y^5z^{-6}$ es: $8 + 5 - 6 = 7$

GRADO DE UN POLINOMIO

El grado de un Polinomio puede ser relativo y absoluto.

- **El Grado Relativo** o con respecto a una letra es igual al mayor exponente de dicha letra o variable en el polinomio.
  Así:
  Dado el polinomio:
  $3x^2y^3 - 5x^3y^4 + 7x^5y^3$
  - Grado relativo con respecto a "x" es 5.
  - Grado relativo con respecto a "y" es 4.

  Otro ejemplo:
  Dado el polinomio. $5xyz^3 + 8x^2y^3z - 2x^3y^4z^2$
  - Grado relativo con respecto a "x" es: 3.
  - Grado relativo con respecto a "y" es: 4.
  - Grado relativo con respecto a "z" es: 3.

- **El Grado Absoluto** de un polinomio es igual al grado de su término de mayor grado absoluto.
  Así:
  Dado el polinomio:
  $3x^2y^3 - 5x^3y^4 + 7x^5y^3$

El grado absoluto del monomio $3x^2y^3$ es: $2 + 3 = 5$
El grado absoluto del monomio $5x^3y^4$ es: $3 + 4 = 7$
El grado absoluto del monomio $7x^5y^3$ es: $5 + 3 = 8$

Luego; el grado absoluto del polinomio:
$3x^2y^3 - 5x^3y^4 + 7x^5y^3$ es de octavo grado o de grado 8.

Otro ejemplo:
Dado el polinomio:
$6xy^2z - 5x^2y + 10xy^4z^2 - 7xy^5$
G.A. del monomio $6xy^2z = 1 + 2 + 1 = 4$
G.A. del monomio $5x^2y = 2 + 1 = 3$
G.A. del monomio $10xy^4z^2 = 1 + 4 + 2 = 7$
G.A. del monomio $7xy^5 = 1 + 5 = 6$

Luego; el polinomio:
$6xy^2z - 5x^2y + 10xy^4z^2 - 7xy^5$ tiene por grado absoluto 7 ó el polinomio es de séptimo grado.

VALOR NUMÉRICO

Hallar el valor numérico de un monomio o de un polinomio es reemplazar cada letra por un valor correspondiente a dicha letra y efectuar las operaciones indicadas.

Ejemplo 1:
¿Cuál es el valor numérico de 5ab; si: $a = 3$; $b = 4$?

Resolución:
Reemplazamos el valor de $a = 3$ y $b = 4$, en la expresión:

$$5ab = 5 \times 3 \times 4 = 60 \quad \rightarrow \quad \therefore \boxed{5ab = 60}$$

La aplicación del valor numérico tiene un campo amplísimo en el desarrollo de toda clase de fórmulas aritméticas, geométricas, físicas químicas, etc.

- **Orden de Operaciones**

Es de suma importancia el orden de las operaciones en el curso, para el desarrollo de los ejercicios o problemas.
Si en un ejercicio, hay distintas operaciones, el orden de las operaciones que se ha de seguir es el siguiente:

1. Se desarrollan las potencias o se extraen las raíces si las hay.
2. Se efectúan las multiplicaciones o divisiones indicadas.
3. Se hacen las sumas o restas de los términos.

Ejemplo 2:
Hallar el valor numérico del polinomio $3x^2 + 5x - 6$; cuando $x = -2$.

Resolución:
Reemplazando el valor de "x" en la expresión dada, obtenemos:

$$3x^2 + 5x - 6 = 3(-2)^2 + 5(-2) - 6$$
$$= 3(4) - 10 - 6 = 12 - 10 - 6 = -4 \qquad \therefore \boxed{3x^2 + 5x - 6 = -4}$$

Ejemplo 3:

Hallar el valor numérico de la expresión: $\dfrac{2x^3-6}{5x^2}$ Si: $x = 3$

Resolución:

Reemplazamos el valor de "x" en la expresión dada y obtenemos:

$$\frac{2x^3-6}{5x^2}=\frac{2(3)^3-6}{5(3)^2}=\frac{2(27)-6}{5-9}=\frac{54-6}{45}=\frac{48}{45}=\frac{16}{15}\quad\therefore\ \boxed{\frac{2x^3-6}{5x^2}=\frac{16}{15}}$$

ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE MONOMIOS

Para sumar o restar dos o más monomios semejantes se suman o restan sus coeficientes y al resultado se le pone la misma parte literal de los monomios semejantes dados.

Ejemplos: Sumar:

a) $3\underline{xy^2} + 7\underline{xy^2} - 2\underline{xy^2} = (\underline{3 + 7 - 2})\underline{xy^2} = \underline{8}\underline{xy^2}$

b) $5\underline{xyz^3} + 8\underline{xyz^3} = (\underline{5x + 8})\underline{xyz^3} = \underline{13}\underline{xyz^3}$

c) $ax^ny^m + bx^ny^m - cx^ny^m = (\underbrace{a+b+c})x^ny^m$

Para sumar o restar dos o más monomios no semejantes, sólo se indica la suma o diferencia de ellos.

Ejemplos: Sumar:

a) $3xy + xz = 3xy + 3xz.$

b) $7ab^2 + 8ab - 5b^2a = 7ab^2 + 8ab - 5b^2a$

$= 7ab^2 - 5ab^2 + 8ab = 2ab^2 + 8ab$

MULTIPLICACIÓN DE MONOMIOS

Para hallar el producto de dos monomios se multiplican las coeficientes de ellos. A continuación de este producto se escriben en orden alfabético, todas las letras de los monomios dados poniendo a cada una un exponente igual a la suma de los exponentes que tenga en los factores.

Ejemplo 1:

Hallar el producto de: $3x^3$ por $2x^2$

Resolución:

$3x^2 \,.\, 2x^2 = (3 \,.\, 2)\ (x^3 \,.\, x^2)$

$(3 \,.\, 2)$ $\rightarrow$ Multiplicamos los coeficientes

$(x^3 \,.\, x^2)$ $\rightarrow$ Multiplicamos las partes literales

$3x^3 \,.\, 2x^2 = (6)(x^{3+2}) = 6x^5 \rightarrow \therefore\ 3x^3 \,.\, 2x^2 = 6x^5$

Ejemplo 2:

Hallar el producto de: $8x^4$ por $-9x^2y^3$

Resolución:

$8x^4 \,.\, (-9x^2y^3) = \underline{8(-9)}\ (x\underline{^4 \,.\, x^2} \,.\, y^3)$

$8x^4 \,.\, (-9x^2y^3) = -\underline{72}x\underline{^{4+2}} \,.\, y^3$

$= -72x^6y^3$

$\therefore\ \boxed{8x^4 \,.\, (-9x^2y^3) = -72x^6y^3}$

RECUERDA QUE:

$a^n \,.\, a^m = a^{n+m}$

POTENCIAS DE MONOMIOS

La potencia de monomios en un caso particular de la multiplicación de monomios. Es una multiplicación de factores monomios iguales.

Ejemplo 1:

$(\underline{2x^3})^2 = \underline{2x^3} . \underline{2x^3} = \underline{2 . 2} . \underline{x^3 . x^3} = \boxed{4x^6}$

Ejemplo 2:

$(\underline{5a^2})^3 = \underline{5a^2} . \underline{5a^2} . \underline{5a^2} = \underline{5 . 5 . 5} . \underline{a^2 . a^2 . a^2} . = \boxed{125a^6}$

> ***NOTA:***
> *PARA HALLAR LA POTENCIA DE UN MONOMIO SE APLICAN LAS PROPIEDADES SIGUIENTES:*
>
> $\boxed{(a . b)^n = a^n . b^n}$; $\boxed{(a^n)^m = a^{n . m}}$

Ejemplos:

a) $(5a^2b)^3 = 5^3 . (a^2)^3 . b^3 = 125a^6z . b^3$

b) $(-3xy^2)^5 = (-3)^5 . x^5(y^2)^5 = 3^5x^5y^{10} = . 243x^5y^{10}$

c) $(-4x^2z)^2 = (-4)^2 = (x^2)^2z^2 = 16x^4z^2$

d) $(-3x^2)^3 . (2x)^2 = (-3)^3 . (x^2)^3 . 2^2 . x^2 = -3^3 . x^6 . 4 . x^2 = -7 . 4x^8 = -108x^8.$

DIVISIÓN DE MONOMIOS

Para hallar el cociente de dos monomios se divide el coeficiente del dividendo entre el divisor y a continuación se escriben las letras en orden alfabético poniéndole a cada una un exponente igual a la diferencia entre el exponente que tiene el dividendo y el que tiene en el divisor.

Ejemplo 1:

Halla el cociente de dividir: $16x^4 \div 8x^2$

Resolución:

$$\frac{16x^4}{8x^2} = \frac{16}{8}\left(\frac{x^4}{x^2}\right) = 2x^{4-2}$$

$\boxed{2x^2}$

> ***RECUERDA QUE:***
>
> $$a^m \div a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Ejemplo 2:

Halla el cociente de dividir: $(-28x^4y^6) \div (7x^3y^2)$

Resolución:

$$\frac{24x^6}{-4x^3} = \frac{24}{-4}\left(\frac{x^6}{x^3}\right) = -6x^{6-3} = \boxed{-6x^3}$$

USO DE LOS SIGNOS DE AGRUPACIÓN

En álgebra los signos de agrupación: paréntesis ( ); corchetes [ ]; llaves { }; barras ____; se usan para agrupar términos y separar operaciones.

Si un signo de agrupación es precedido por un signo positivo, éste se puede suprimir sin variar los signos de los términos que están dentro del signo de agrupación, veamos:

$a + (+ b) = a + b$; $a + (-b) = a - b$

Ejemplo:

- $16x + (-8x + 9y) - 10y$
  $= 16x - 8x + 9y - 10y$
  $= 8x - y$

Se suprimen los paréntesis **y no cambian los signos** de los términos comprendidos entre ellos.

Si un signo de agrupación **es precedido por un signo negativo**, lo podemos suprimir **cambiando los signos de los términos que están dentro del signo de agrupación**, veamos:

$a - (+b) = a + (-b)$ $\qquad$ $a - (-b) = a + (+b)$
$= a - b$ $\qquad$ $= a + b$

Ejemplo:

- $10a - (6a - 7b) + 4b$
  $= \underbrace{10a - 6a} + \underbrace{7b + 4b}$
  $= 4a + 11b$

Se suprimen los paréntesis **y se cambian los signos** de todos los términos comprendidos entre ellos

PROBLEMAS PARA LA CLASE

1. Efectuar:
$8x - (2x - 3) - (-x + 6)$

Rpta.

2. Reducir:
$a - (2{,}3b - 5{,}2a) - (-3{,}5a + 4{,}2b)$

Rpta.

3. Simplificar:
$(6x - 3y + 5z) - (-4y - 6z - 3x) + x - y + z$

Rpta.

4. Efectuar:
$\frac{1}{4}p - (p - 0{,}2q) + (0{,}222.....q - \frac{3}{6}p) + q$

Rpta.

5. Reducir:
$12a - [-9a - (-2a + 7) + 3a] - 26$

Rpta.

6. Reducir:
$y - \{-y - [-y - \{-y - (-y + x) - x\} + x]\} - x$

Rpta.

7. Efectuar:
$-[-0{,}2x - [0{,}4x^2 + (0{,}05x^2 + 0{,}7x)]] - x$

Rpta.

8. Efectuar:
$\{[(2p - 3) - (3p + 4q)]\} - \{2q - (3p + q) - p\}$

Rpta.

9. Efectuar
$\frac{3}{4}a - \left(\frac{2}{4}b - \frac{3}{7}c\right) + \left(-\frac{4}{5}c + \frac{2}{3}b + \frac{1}{4}a\right)$

Rpta.

10. Simplificar:
$-(-4x + y) + (5x + 3y) - (x - y)$

Rpta.

11. Reducir:
$-b - \{-c - [-d - \{-c -(-\overline{d-b}) + a\} - d] - a\}$

Rpta.

12. Simplificar:
$-\{-q + [-p + \frac{4}{3}q - (-3p - 6q) + \frac{1}{2}p] - 0{,}3333....q\}$

Rpta.

13. Reducir:
$8x^2y + 16x^2y - 10x^2y$

Rpta.

14. Reducir:
$17x^4y^3z^2 + 16x^4y^3z^2 - 28x^4y^3z^2$

Rpta.

15. Reducir:
$10x^2y + 12xy^2 + 2x^2y - 6xy^2 - 8x^2y$

Rpta.

PROBLEMAS PARA LA CASA

1. Hallar el grado absoluto del polinomio:
$P(x;y;z) = 5x^2y^3z^4 + 7x^4y^7z^9 + 9x^5y2z^7$

A) 14 **B)** 9 **C)** 20
D) 18 **E)** 15

2. El monomio: $3x^{a+b-5}\ y^{b-3}$
Es de G.R.(x) = 5 y G.R.(y) = 2
Entonces "a" vale:

A) 1 **B)** 2 **C)** 3
D) 4 **E)** 5

3. En el polinomio
$P(x) = x^{m+3} + x^{m+1} + 7$
El grado absoluto es 10, entonces el valor de "m" es:

A) 6 **B)** 7 **C)** 4
D) 5 **E)** 9

4. Si: x = 2, y = –1, el valor de la expresión $2x^2y - 3xy^2 + xy$, es:

A) –16 **B)** -3 **C)** –12
D) -7 **E)** -4

5. Los 3/2 de:

$$\frac{3y^2 - x^2}{\frac{1}{2}a^3}\ ;\ \text{Cuando: } \begin{cases} x = -2 \\ y = 3 \\ a = -1 \end{cases}$$

Es:

A) 69 **B)** -46 **C)** -69
D) 60 **E)** -63

6. Si los términos $6xy^{b-3}$; $2xy^{10}$ son semejantes, calcular el valor de "b"

A) 12 **B)** 11 **C)** 13
D) 14 **E)** 10

El hombre es una mirada; el resto es sólo carne. Pero al verdadera mirada es la que ve al amigo. Funde tu cuerpo entero en tu mirada, vete hacia la visión, vete hacia la visión....

Dyalay-Al-Din-Rumi

7. Hallar $m \in \mathbb{N}$, sabiendo que el polinomio P(x) es de grado 36.
$P(x) = 0{,}2[x^{5m+3}]^2 + \sqrt{7}\,[x^{m+1}]^3$

A) 3 B) 6 C) 2
D) 5 E) 8

8. La expresión:
$0{,}2x + \frac{3}{4}y + \frac{3}{5}x - 0{,}25\ y$
equivale a:

A) $\frac{2}{5}x - \frac{1}{4}y$ B) $0{,}8x - 0{,}5y$
C) $\frac{4}{5}x - y$ D) $\frac{4}{5}x + 0{,}5y$
E) $0{,}6x - 0{,}5y$

9. Al resolver:
$x - [x - \{y - (2x - y)\} + x - (-y)]$
Se obtiene:

A) $3x - y$ B) $x - 3y$ C) $x + y$
D) $x + y$ E) $y - x$

10. Si: $a = 2$; $b = -4$; $c = -3$; $d = 9$; entonces el valor de $\frac{b}{a} - \frac{d}{c} + 2db$ es:

A) -67 B) -71 C) -72
D) -73 E) -77

CLAVES

1. C	6. C
2. E	7. A
3. B	8. D
4. A	9. C
5. C	10. B

TEMA: TEORÍA DE EXPONENTES

CONCEPTO

Estudia todas las clases de exponentes y las diferentes relaciones que existen entre ellos, mediante leyes.

La operación que da origen al exponente es la potenciación.

POTENCIACIÓN

Es la operación que consiste en repetir un número denominado base, tantas veces como factor, como lo indica otro número que es el exponente, el resultado de esto se le denomina potencia.

Representación:

$$\underset{\substack{\uparrow \\ Base}}{A}^{n} = \underbrace{A \times A \times A \times \ldots\ldots\ldots \times A}_{"n" \text{ veces}}$$

Ejemplos:

1. $3^4 = \underbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3}_{4 \text{ veces}} = 81$
2. $2^6 = \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}_{6 \text{ veces}} = 64$
3. $n^n = \underbrace{n \times n \times n \times n \ldots\ldots\ldots \times n}_{n \text{ veces}}$
4. $\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \underbrace{\left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right)}_{5 \text{ veces}}$
5. $\left(\sqrt{3}\right)^7 = \underbrace{\sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}}_{7 \text{ veces}}$

LEYES FUNDAMENTALES

1. Producto de Potencias de Igual Base

$$x^a \,.\, x^b = x^{a+b}$$

Ejemplos:

1. $2^3 \,.\, 2^4 = 2^{3+4} = 2^7$
2. $2^{-5} \,.\, 2^{-4} \,.\, 2^7 = 2^{-5-4+7} = 3^{-2}$

2. Cociente de Potencias de Igual Base

$$\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b} \qquad x \neq 0$$

Ejemplos:

1. $\frac{2^8}{2^4} = 2^{8-4} = {}^4$

2. $\dfrac{2^{-6}}{2^{-5}} = 2^{-6-(-5)} = 2^{-1}$

3. Producto de Potencias de Diferente Base

$$x^a \,.\, y^a = (x \,.\, y)^a$$

Ejemplos:

1. $2^3 \,.\, 4^3 = (2 \,.\, 4)^3$
2. $3 \,.\, 6 = (3 \,.\, 5)$

4. Cociente de Potencias de Bases Diferentes

$$\frac{x^a}{y^a} = \left(\frac{x}{y}\right)^a \quad y \neq 0$$

Ejemplos:

1. $\dfrac{4^3}{2^3} = \left(\dfrac{4}{3}\right)^3$
2. $\dfrac{8^3}{2^3} = \left(\dfrac{8}{2}\right)^3$

5. Potencia de Potencia

$$\left(\left(x^a\right)^b\right)^c = x^{a\,.\,b\,.\,c}$$

OBSERVACIÓN:

$$(x^A)^B = (x^B)^A = x^{A\,.\,B}$$

6. Exponente Negativo

$$x^{-a} = \frac{1}{x^a} \qquad \left(\frac{x}{y}\right)^{-a} = \left(\frac{y}{x}\right)^a \quad x \neq 0 \;\; y \neq 0$$

Ejemplos:

1. $2^{-1} = \dfrac{1}{2}$
2. $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\dfrac{3}{2}\right)^2 = \dfrac{3^2}{2^2}$

7. Exponente Nulo o Cero

$$x^0 = 1 \qquad x \neq 0$$

Ejemplos:

1. $[3xy]^0 = 1$

2. $\left[2x+\left(\frac{3y}{5}\right)\right]^0=1$

8. Exponente Fraccionario

$$x^{\frac{a}{b}}=\sqrt[b]{x^a} \qquad b\neq 0$$

Ejemplos:

1. $x^{\frac{2}{3}}=\sqrt[3]{x^2}$
2. $x^{\frac{5}{3}}=\sqrt[3]{x^5}$

9. Producto de Radicales Homogéneos

$$\sqrt[a]{x}\,.\,\sqrt[a]{y}=\sqrt[a]{x\,.\,y}$$

Ejemplos:

1. $\sqrt[3]{4}\,.\,\sqrt[3]{5}=\sqrt[3]{4\,.\,5}=\sqrt[3]{20}$
2. $\sqrt[5]{\frac{1}{2}}\,.\,\sqrt[5]{\frac{5}{3}}=\sqrt[5]{\frac{1}{2}\,.\,\frac{5}{3}}=\sqrt[5]{\frac{5}{6}}$

10. Potencia de un Radical

$$\left[\sqrt[a]{x^b}\right]^c=\sqrt[a]{x^{b\,.\,c}}$$

11. Raíz de Raíz

$$\sqrt[a]{\sqrt[b]{\sqrt[c]{x}}}=\sqrt[a\,.\,b\,.\,c]{x}$$

OBSERVACIÓN:

$$\sqrt[a]{\sqrt[b]{x}}=\sqrt[b]{\sqrt[a]{x}}$$

Ejemplos:

1. $\sqrt[3]{\sqrt{\sqrt[4]{x}}}=\sqrt[24]{x}$
2. $\sqrt[4]{\sqrt[3]{10}}=\sqrt[3]{\sqrt[4]{10}}=\sqrt[12]{10}$

EJEMPLOS DE APLICACIÓN

En cada caso completar:

1. $x^2\;.\;x^3\;.\;x^4$ = __________

2. $\dfrac{x^4}{x^2}$ = __________

3. $2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^3 =$ ________

4. $\dfrac{5^4}{2^4} =$ ________

5. $\dfrac{20^6}{10^6} =$ ________

6. $\left(\left(2^3\right)^2\right)^5 =$ ________

7. $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4} =$ ________

8. $2^{-3} =$ ________

9. $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{-4} =$ ________

10. $\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}\right)^0 =$ ________

11. $2^{\frac{2}{3}} =$ ________

12. $\left(\sqrt[4]{2^2}\right)^3 =$ ________

Los niños son como el cemento fresco. Todo lo que les cae les deja una impresión indeleble

W. Stekel

PROBLEMAS PARA LA CLASE

1. Luego de operar
   $3^5 \cdot 2^4 \cdot 7^2 \cdot 3^{-3} \cdot 2^{-3} \cdot 7^{-2}$
   Se obtiene

   Rpta.

2. Si $x^n = 3$
   A que es igual x^{2n}

   Rpta.

6. Reducir:
   $$\frac{5^{25}}{5^{23}}+\frac{2^{10}}{2^5}-\frac{3^{12}}{3^{10}}$$

   Rpta.

7. Reducir:
   $$6^{-1}+3^{-1}+2^{-1}-\left(2^2\right)^{-3}$$

   Rpta.

3. Si $x^x = 2$, calcular x^{-x}

Rpta.

4. Reducir

$$\frac{(33)^3 \,.\, 2}{27 \,.\, 11^3}$$

Rpta.

5. Cual es el exponente final de b en:

$b^3 \,.\, (b^2)^3 \,.\, b^{14}$; $b \neq 0$

Rpta.

11. Si $x^{x^2} = 3^9$, hallar x

Rpta.

12. Si $x^3 = 8$, hallar x^2

Rpta.

13. Simplificar:

$$\frac{3^{n+1} + 3^n}{3^n}$$

Rpta.

8. Cual es el exponente de x^x en x^{5x}

Rpta.

9. Reducir:

$$\sqrt[5]{2}^{\sqrt[4]{25}^{\sqrt{4}}} + 16^{\frac{1}{\sqrt{4}}} - 2^{\sqrt[3]{8}}$$

Rpta.

10. Reducir:

$$\left(\sqrt{\sqrt[3]{\sqrt[24]{4}}}\right)^{8^{(-4)^2}}$$

Rpta.

14. Simplificar:

$$N = \frac{5^{x+1} + 5^x}{5^x}$$

Rpta.

15. Simplificar:

$$P = \frac{4^{x+2} + 4^{x+1}}{4^x}$$

Rpta.

PROBLEMAS PARA LA CASA

1. Después de operar
$4^5 \;.\; 3^4 \;.\; 8^2 \;.\; 4^{-3} \;.\; 3^{-3} \;.\; 8^{-2}$
Se obtiene:

A) 16 **B)** 24 **C)** 48
D) 8 **E)** 32

2. Si $x^n = 7$, hallar el valor de x^{2n}

A) 14 **B)** 21 **C)** 49
D) 16 **E)** 1

3. Si $x^x = 5$, Calcular x^{-x}

A) $\frac{1}{2}$ **B)** $\frac{1}{3}$ **C)** $\frac{1}{4}$
D) $\frac{1}{5}$ **E)** $\frac{1}{6}$

4. Reducir
$$\frac{(44)^3 \;.\; 3}{16 \;.\; 11^3}$$

A) 10 **B)** 12 **C)** 16
D) 8 **E)** 64

5. Cual es el exponente final de "a" en:
$a^5 \;.\; \left(a^3\right)^2 \;.\; a^{15}\,,\; a \neq 0$

A) 10 **B)** 11 **C)** 12
D) 13 **E)** 14

6. Reducir
$$\frac{7^{23}}{7^{21}} + \frac{3^{12}}{3^{10}} - \frac{5^{15}}{5^{13}}$$

A) 11 **B)** 22 **C)** 33
D) 44 **E)** 55

7. Reducir
$$8^{-1} + 4^{-1} + 2^{-1} - \left(2^{-2}\right)^3$$

A) $\frac{27}{32}$ **B)** $\frac{32}{27}$ **C)** $\frac{16}{27}$
D) $\frac{27}{16}$ **E)** N.A.

8. Reducir
$$\sqrt[6]{3^{\sqrt[4]{36}^{\sqrt{4}}}} + 25^{\frac{1}{\sqrt{4}}} - 3^{\sqrt[3]{8}}$$

A) 1 **B)** –1 **C)** 2
D) –2 **E)** 3

9. Simplificar:
$$P = \frac{6^{n+1} + 6^n}{6^n}$$

A) 1 **B)** 3 **C)** 5
D) 7 **E)** 9

10. Simplificar
$$Q = \frac{7^{n+2} - 7^{n+1}}{7^n}$$

A) 32 **B)** 42 **C)** 49
D) 21 **E)** 7

CLAVES

1. C	6. C
2. C	7. E
3. D	8. B
4. B	9. C
5. C	10. B

SI NUNCA ABANDONAS LO QUE ES IMPORTANTE PARA TI, SI TE IMPORTA TANTO QUE ESTÁS DISPUESTO A LUCHAR PARA OBTENERLO, TE ASEGURO QUE TU VIDA ESTARÁ LLENA DE ÉXITO. SERÁ UNA VIDA DURA, PORQUE LA EXCELENCIA NO ES FÁCIL PERO VALDRÁ LA PENA.

R. BACH

TEMA: POLINOMIOS

CONCEPTO

Es aquella expresión algebraica con 2 o más términos.

GRADO DE UN POLINOMIO

1. Grado Relativo (GR)

Es el mayor exponente de la variable en referencia.

Ejemplo:

$$P(x;y) = 54x^4y^5 - \sqrt{2}xy^2 + x^{10}y$$

Luego:

GR(x) = 10

GR(y) = 7

2. Grado Absoluto (GA)

a) Para un Monomio: se obtiene sumando los grados relativos.

b) Para un Polinomio: se obtiene como el mayor grado absoluto de los monomios que lo conforman

POLINOMIOS ESPECIALES

Son aquellos que tienen ciertas características y de acuerdo a ello son:

1. Polinomio Ordenado

Cuando el exponente aumenta o disminuye de manera ordenada:

Ejemplos:

1. $P(x;y) = 5x + x^2y + 4x^5$

Es ordenado creciente respecto a "x"

$$R(a;b) = \sqrt{2}a^5 + 2a^3b^6 + 8ab^{12}$$

2. Es ordenado y creciente respecto a "b"

Es ordenado y creciente respecto a "a"

2. Polinomio Completo

Si existen todos los grados incluyendo el término independiente, hasta un grado determinado

Ejemplos:

1. $P(x) = 3x^2 - 5x + 7 - 2x^3$

Es completo de grado 3

2. $Q(x;y) = 3x - 2y^2 + 5x^2y + x^3y^4 - 2x^4y^3$

Es completo respecto a "x" e "y"

y $GR(y) = 4$, $GR(x) = 4$

Propiedad:
En todo polinomio completo
Número de términos = G.A. + 1

3. **Polinomio Homogéneo**
Es homogéneo si cada uno de los términos tiene el mismo G.A.

Ejemplo:
$P(x;y) = 32x^3y^4 + 20x^6y - 10x^2y^5$

Propiedad:
Términos Semejantes:
Dos o más términos no nulos son semejante si solo difieren en los coeficientes.

Ejemplo:
$T_1(x,y) = 21x^7y^4$
$T_2(x,y) = \sqrt{5}\,x^7y^4$
$T_3(x,y) = (\sqrt{2}+1)x^7y^4$

4. **Polinomio Idénticos**
Dos o más polinomios son idénticos cuando tienen los mismos valores numéricos para cualquier valor de la variable

Ejemplo:
$P(x;y) = (x + y)^2 - 4xy$
$Q(x;y) = (x - y)^2$

a) **Polinomio Idénticamente Nulo**
Un polinomio es idénticamente nulo, si para cualquier valor de su variable el polinomio se anula.

b) **Polinomio Mónico**
Un polinomio es un monomio cuando el coeficiente principal es 1.
Ejemplo:
$A(x) = 1 + x^2 + x^3$
$B(x) = 9x^4 + x^3 + x^5$

Propiedad:
1. Cambio de Variable
Ejemplo
Sea $P(x)=3x + 1$
$\Rightarrow P(x + 1) =$

$P(x + 1) = 3\ (x + 1) + 1$
$P(x + 1) = 3x + 3 + 1$
$P(x + 1) = 3x + 4$

2. Suma de Coeficientes

$$\boxed{\sum coef = P(1)}$$

Ejemplo:
Sea: $P(x) = 3x^2 + 6x + 1$

$$\sum coef = P(1) = 3(1)^2 + 6(1) + 1$$
$$\sum coef = P(1) = 3 + 6 + 1 = 10$$

3. Término Independiente:

$$\boxed{T.I. = P(0)}$$

Ejemplo:
Sea: $P(x) = (5X + 3)^2$
$T.I. = P(0) = (0 + 3)^2 = 3^2 = 9$

EJEMPLOS DE APLICACIÓN

1. Si $R(x,y) = ax^2y^3 + bx^4y^5$

   Hallar G.R.(x) = _ _ _ _ _

   G.R.(y) = _ _ _ _ _

   G.A. = _ _ _ _ _

2. Ordenar el polinomio P(x) de manera decreciente.
   $P(x) = 1 + 2x^3 + 3x^2 + 5x + 6x^4$

3. ¿El siguiente polinomio es completo?
   $P(x,y) = 6x^3 + 5x^2y + 4xy^2 + -3x^3$
   Con respecto a "x" _ _ _ _ _
   Con respecto a "y" _ _ _ _ _

4. ¿Cuál es el coeficiente principal de:
   $Q(x) = 5x^2 + 3x^4 - 2x + 3$

EJERCICIOS TOMADOS EN LOS CONCURSOS DE MATEMÁTICA

1. Calcular: (a – b) si el monomio:
   $M(x,y) = 5x^{2a+b}y^{a+2b}$; tiene G.A. = 15 y G.R.(x) = 8

   A) 1 **B)** –1 **C)** 2 **D)** –2 **E)** 3

Resolución

$M(x;y) = 5x^{2a+b}\,y^{a+2b}$

- G.R.(x) = 8

  $2a + b = 8 \Rightarrow b = 8 - 2a$ .... **(I)**

- G.A. = 15

  $(2a + b) + (a + 2b) = 15$

  $3a + 3b = 15$ .... **(II)**

Reemplazamos (I) en (II):

$3a + 3(8 - 2a) = 15$

$3a + 24 - 6a = 15$

$\therefore\ 9 = 3a \Rightarrow \boxed{a = 3}$

Reemplazamos el valor de a = 3; en (I)

$b = 8 - 2(3) \Rightarrow \boxed{b = 2}$

$\therefore\ \boxed{a - b = 3 - 2 = 1}$ <u>Rpta</u>. A

2. Si el grado de: $F(x,y) = \sqrt[a-2]{x^a y^3}$ es 2. Calcular el grado de $Q(x;y) = x^a y^{a+5}$

A) 16 **B)** 17 **C)** 18 **D)** 19 **E)** 20

Resolución

Aplicando la propiedad:

$$\sqrt[n]{A^m . B^p} = A^{\frac{m}{n}} . B^{\frac{p}{n}}$$

En el: $F(x;y) = \sqrt[a-2]{x^a y^3}$; obtenemos:

$$F(x;y) = x^{\frac{a}{a-2}} y^{\frac{3}{a-2}}$$

- Por dato: $\frac{a}{a-2} + \frac{3}{a-2} = 2$

  $\frac{a+3}{a-2} = 2 \Rightarrow a + 3 = 2(a - 2)$

  $a + 3 = 2a - 4$

  $\boxed{7 = a}$

- Luego, reemplazamos el valor de a = 7 en el monomio:

  $Q(x;y) = x^a . y^{a+5}$

  $Q(x;y) = x^7 . y^{7+5} = x^7 . y^{12}$; siendo el grado de este monomio: 7 + 12 = 19

$\therefore$ $\boxed{\text{El grado de: } Q(x;y)\text{, es: } 19}$ <u>Rpta</u>. D

3. Calcular: "m + n", si se sabe que el monomio:

$P(x;y) = 4^n x^{m+n} y^{m+2n}$ es de:

G.A. = 10; G.R.(Y) = 6

A) 3 **B)** 4 **C)** 5 **D)** 6 **E)** 8

Resolución

➢ Por dato:

- G.R.(y) = 6

  m + n2 = 6 ⇒ m = 6 – 2n .... **(I)**

- G.A. = 10

  (m + n) + (m + 2n) = 10 .... **(II)**

➢ Reemplazando (I) en (II); obtenemos:

2(6 – 2n) + 3n = 10

12 – 4n = 3n = 10

∴ $\boxed{2 = n}$

➢ Reemplazamos el valor de n = 2; en (I)

m = 6 – 2(2) ⇒ m = 2

∴ $\boxed{m + n = 2 + 2 = 4}$ Rpta. B

4. Siendo F(x) = $\sqrt{(x-2)^2+8x}$

Determinar: F(98)

G.A. = 10; G.R.(Y) = 6

A) 108 **B)** 102 **C)** 98 **D)** 100 **E)** 1000

Resolución

➢ Aplicando: $\boxed{(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2}$

Obtenemos:

F(x) = $\sqrt{x^2 - 2x\ .\ 2 + 2^2 + 8x}$

F(x) = $\sqrt{x^2 + 4x + 4} = \sqrt{(x+2)^2}$

F(x) = x + 2 de esta expresión, calculamos:

F(98) = 98 + 2 = 100

∴ $\boxed{F(98) = 100}$ Rpta. D

5. Si f(x) es un polinomio de primer grado tal que verifique:

i) f(0) = 5 **ii)** f(–1) = 3

Según ello determine f(1)

A) 3 **B)** 4 **C)** 5 **D)** 6 **E)** 7

Resolución

Como f(x) es un polinomio de primer grado

Será de la forma: f(x) = ax + b

Luego:

- f(0) = a(0) + b

  $\boxed{5 = b}$

- f(–1) = a(–1) + b

  3 = –a + b

  3 = –a + 5 ⇒ $\boxed{a = 2}$

➢ De la expresión: $f(x) = ax + b$
$f(x) = 2x + 5$

Calculamos: $f(1) = 2(1) + 5$

$\therefore$ $\boxed{f(1) = 7}$ Rpta. E

6. Si: $P(x;y) = 2yx^{m+1} - 3x^m y^n + 5 \,.\, y^{n+2} \,.\, x$. Tiene el grado relativo en "x" a 7, y en "y" a 9, hallar el grado absoluto del polinomio.

A) 7 **B)** 13 **C)** 9 **D)** 16 **E)** 14

Resolución

- G.R.(x) = 7
  $m + 1 = 7 \Rightarrow \boxed{m = 6}$

- G.R.(y) = 9
  $n + 2 = 9 \Rightarrow \boxed{n = 7}$

➢ Del polinomio: $P(x;y) = 2yx^{m+1} - 3x^m y^n + 5 \,.\, y^{n+2} \,.\, x$

➢ Luego el grado absoluto del polinomio es:

$\therefore$ $\boxed{m + n = 6 + 7 = 13}$ Rpta. B

7. Si el grado de "A" es 8 y el grado de "B" es 4. Calcular el grado de: $\sqrt[7]{A^2 . B^3}$

A) 2 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5 **E)** 6

Resolución

- Grado de "A" = 8
  $\Rightarrow$ Grado de $(A^2) = 2 \times 8 = 16$

- Grado de "B" = 4
  $\Rightarrow$ Grado de $(B^3) = 3 \times 4 = 12$

➢ Cuando las expresiones se multiplican los grados se suman:
Grado $(A^2B^3) = 16 + 12 = 28$
$\therefore$ Grado $(A^2B^3) = 28$

➢ Cuando la expresión está afectada por un radical el grado se divide por el índice radical

$$\text{Grado}\left(\sqrt[7]{A^2B^3}\right) = \frac{28}{7} = 4$$

$\therefore$ $\boxed{\text{Grado}\left(\sqrt[7]{A^2 . B^3}\right) = 4}$ Rpta. C

8. Indicar el grado relativo de "y en el polinomio homogéneo:
$P(x;y) = x^{n^2+4} - 2x^{n+1}y^{n+2} + 4y^{5-m}$

A) 1 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5 **E)** 7

Resolución

➢ Como el polinomio es homogéneo, el grado de cada monomio debe ser igual, o sea:
$n^2 + 4 = 2n + 3 = 5 - m$

i) $n^2 + 4 = 2n + 3$

$n^2 - 2n + 1 = 0$

$(n - 1)^2 = 0$

$\therefore$ $\boxed{n = 1}$

ii) $2n + 3 = 5 - m$

$2(1) + 3 = 5 - m$

$5 = 5 - m$

$\therefore$ $\boxed{m = 0}$

- Luego, calculamos el grado relativo de "y"

  G.R.(y) = 5 – m = 5 – 0 = 5

$\therefore$ $\boxed{\text{G.R.(y)} = 5}$ Rpta. D

9. Determinar "m" si el siguiente polinomio es homogéneo

$P(x;y) = 3x^{m+1} \,.\, y^{n+3} + 2x^a \,.\, y^b + x^2m \,.\, y^{n+2}$

A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 5

Resolución

- Como el polinomio:

  $P(x;y) = 3x^{m+1} \,.\, y^{n+3} + 2x^a \,.\, y^b + x^2m \,.\, y^{n+2}$

  Es homogéneo:

  $m + 1 + n + 3 = a + b = 2m + n + 2$

  $m + n + 4 = a + b = 2m + n + 2$

i) $m + n + 4 = 2m + n + 2$

$\therefore$ $\boxed{2 = m}$ Rpta. B

10. Si el polinomio P(x;y) es idénticamente nulo, hallar $\sqrt[m]{n^4}$

$P(x;y) = (9 - n)x^2y + mxy^2 + 3x^2y - 2xy^2$

A) 15 **B)** 14 **C)** 12 **D)** 225 **E)** 144

Resolución

- En primer lugar agrupamos los términos semejantes de la manera siguiente:

  $P(x;y) = (9 - n)x^2y + mxy^2 + 3x^2y - 2xy^2$

  $P(x;y) = (9 - n + 3)x^2y + (m - 2)xy^2$

  $P(x;y) = (12 - n)x^2y + (m - 2)xy^2$

- Para que este polinomio:

  $P(x;y) = 3x^{m+1} \,.\, y^{n+3} + 2x^a \,.\, y^b + x^2m \,.\, y^{n+2}$

  Sea idénticamente nulo, debe cumplirse que:

i) $(12 - n) = 0$

$\therefore$ $\boxed{12 = n}$

ii) $m - 2 = 0$

$\therefore$ $\boxed{m = 2}$

Luego: $\sqrt[m]{n^4} = \sqrt[2]{12^4} = 12^{4/2} = 12^2 = 144$

$\therefore \boxed{\sqrt[m]{n^4} = 144}$ Rpta. E

11. Hallar $A + B + C$ en la identidad:

$$Ax^2 + Bx^2 - Cx + B = \frac{1}{2}x^2 + 3x - 1$$

A) -3/2 **B)** -1/2 **C)** -582 **D)** 5/2 **E)** 3/2

Resolución

Agrupamos los témanos de manera la siguiente:

$$(Ax^2 + Bx^2) - Cx + B = \frac{1}{2}x^2 + 3x - 1$$

$$(A + B)x^2 - Cx + B = \frac{1}{2}x^2 + 3x - 1$$

- Identificando:

i) $\boxed{A + B = \frac{1}{2}}$

ii) $-C = 3 \Rightarrow \boxed{C = -3}$

iii) $\boxed{B = -1}$

Luego: $A + B + C = \frac{1}{2} + (-3)$

$\therefore \boxed{a + b + c = -\frac{5}{2}}$ Rpta. C

TU ERES MI HERMANO PORQUE ERES UN SER HUMANO Y AMBOS SOMOS HIJOS DE UN ÚNICO ESPÍRITU SANTO; SOMOS IGUALES Y ESTAMOS HECHOS DE LA MISMA TIERRA. ERES MI COMPAÑERO EN EL SENDERO DE LA VIDA Y MI AYUDA PARA COMPRENDER EL SIGNIFICADO DE LA VERDAD OCULTA. ERES HUMANO Y ESTO BASTA PARA QUE TE AME COMO HERMANO...

KAHIL GIBRÁN

PROBLEMAS PARA LA CLASE

1. Sean:
$R(x,y) = 3x^3y^6$
$H(x,y) = 10x^{a+1}y^4$
Términos semejantes; hallar $a + b$

Rpta.

2. Si el coeficiente principal de:
$P(x) = x^2 + (a + 3)x^3 + 2x + a$
Es cinco, calcular su término independiente.

Rpta.

5. Si $P(x) = x^{2001} - 3x^{2000} + 1$.
Hallar P(3)

Rpta.

6. Sea
$P(x) = (a + 3)x^a + 3x + 5$, un polinomio cúbico, calcular su coeficiente principal

Rpta.

3. Sea: $P(x) = x^a + x^2 + x + 1$, un polinomio de 3er grado, calcular P(2)

Rpta.

4. Sean:
$P(x) = ax^2$
$Q(x) = 3x^{a+2}$
Si P y Q tienen el mismo coeficiente, calcular el exponente "x" en Q

Rpta.

7. Sea: $P(x) = ax^2 + bx + c$; $c \neq 0$
Además P(1) = 0, hallar $\dfrac{a+b}{c}$.

Rpta.

8. Sea: $P(x) = ax + b$; $a \neq 0$
Además P(2) = a, calcular: a + b

Rpta.

9. Si $Q(x) = x + 3$ y $Q(a) = b$
Calcular b – a

Rpta.

10. Si $f(x) = \dfrac{2x+2}{x-1}$, hallar $f(f_{(3)})$

Rpta.

11. Si $R(x) = x + 2$, $R(2n) = 4$. Hallar n^2

Rpta.

12. Sea $P(x) = 1 + 2x + 3x^2 + 4x^3$. Hallar P(0) + P(1)

Rpta.

13. Sea $P(x) = x^2 + x - a^2$, $P(a) = 3$. Hallar el término independiente de P(x)

Rpta.

14. Sea $P(x) = 2x + 3$, Hallar P(x–2)

Rpta.

15. Si $P(x + 1) = 5x + 2$, Hallar P(x)

Rpta.

ME PREGUNTAS ¿QUÉ ES DIOS? NO SÉ QUÉ DECIRTE; LO QUE SI PUEDO AFIRMAR ES QUE SIEMPRE SERÁ MUCHO MÁS DE LO QUE LA NATURALEZA HUMANA PUEDE OFRECERTE.

FRANCISCO JARAMILLO

PROBLEMAS PARA LA CASA

1. Sean:
$P(x,y) = 4x^4 y^m$
$Q(x,y) = 10x^{n+2}y^5$,
Hallar m + n,
Si son términos semejantes

A) 2 **B)** 3 **C)** 7
D) 8 **E)** 1

2. Si el coeficiente principal de:
$Q(x) = x^4 + (k + 2)x^5 + 2x + k$,
es 5, calcular su término independiente:

A) 8 **B)** 6 **C)** 3
D) 1 **E)** 5

3. Sea: $R(x) = x^n + nx^2 + \frac{n}{3}x + n$,

un polinomio de 3er grado, calcular P(3)

A) 30 **B)** 40 **C)** 50
D) 60 **E)** 70

4. Sean:
$A(x) = Kx^2$
$B(x) = 5x^{k+3}$
Si A y B tienen el mismo coeficiente, calcular el exponente de x en "B"

A) 6 **B)** 7 **C)** 8
D) 16 **E)** 1

5. Si $Q(x)= x^{800} - 2x^{799} + 3$.
Hallar Q(2)

A) 1 **B)** 2 **C)** 3
D) 4 **E)** 6

6. Sea:
$R(x) = (K + 2)\, x^{K-1} + 3x^2 + 6$
Un polinomio de 5to grado, hallar el coeficiente del término principal.

A) 2 **B)** 4 **C)** 6
D) 8 **E)** 9

CUALQUIER COSA QUE VALGA LA PENA HACERSE BIEN, VALE LA PENA HACERLA DESPACIO.

GIPSY ROSE LEE

7. Sea:

$P(x) = ax^3 +$ ... $x + d$
Además
P(1) = 0, Hallar $\frac{a+b+c}{d}$

A) 0 **B)** 1 **C)** -1
D) 5 **E)** 4

8. Si $P(x) = ax^2 + b$, $a \neq 0$ y además P(3) = a, Calcular $\frac{b}{a}$

A) 5 **B)** 6 **C)** -7
D) 8 **E)** -8

9. Sea P(x) = 3x + 5, hallar P(x+1)

A) 3x-2 **B)** 2x+3 **C)** 3x+2
D) 3x **E)** 2

10. Si P(x+3) = 3x + 4, Hallar P(x)

A) 3x+5 **B)** 5x+3 **C)** 3x-5
D) 3x **E)** 5

CLAVES

1. C	6. D
2. C	7. C
3. D	8. E
4. C	9. C
5. C	10. C

TEMA: PRODUCTOS NOTABLES

CONCEPTO

Son los resultados de cierta multiplicaciones indicadas que se obtienen en forma directa.

PRINCIPALES PRODUCTOS NOTABLES

1. Binomio Suma o Diferencia al Cuadrado (T.C.P.)

$$\boxed{(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2}$$

Identidades de Legendre

- $(a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)$
- $(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$
- $(a + b)^4 - (a - b)^4 = 8ab\ (a2 + b^2)$

Ejemplos:

- $\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^2 = \left(\sqrt{3}\right)^2 + 2\sqrt{3}\sqrt{2} + \left(\sqrt{2}\right)^2 = 3 + 2\sqrt{6} + 2 = 5 + 2\sqrt{6}$
- $(a + 5)^2 - (a - 5)^2 = 4a\ .\ 5 = 20a$
- $\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)^4 - \left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)^4 = 8\ .\ \sqrt{5}\ .\ \sqrt{2}\left[\left(\sqrt{5}^2 + \left(\sqrt{2}\right)^2\right)\right] = 8\sqrt{10}\ .\ 7 = 56\sqrt{10}$

2. Diferencia de Cuadrados

$$\boxed{a^2 - b^2 = (a + b)\ (a - b)}$$

Ejemplos:

- $(x + 2)\ (x - 2) = x^2 - 4$
- $\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{2}-1\right) = 2 - 1 = 1$
- $\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right) = 5 - 2 = 3$

3. Binomio al Cubo

$$\boxed{\begin{array}{l} (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\ (a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b) \end{array}}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} (a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \\ (a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b) \end{array}}$$

Ejemplo:

- $(2 + 3)^3 = 2^3 + 3\ .\ 2^2\ .\ 3 + 3\ .\ 2\ .\ 3^2 + 3^3$

  $(2 + 3)^3 = 8 + 36 + 54 + 27$

  $(2 + 3)^3 = 125$

4. Producto de Binomios con Término Común

$$\boxed{(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab}$$

EJEMPLOS DE APLICACIÓN

Simplificar:

1. $P = \sqrt{x^2 + 2xy + x^2}$

2. Simplificar:
$N = (a + b)(a - b) + b^2$

3. Si $a + b = 16$, Simplificar:
$Q = \sqrt{a^2 + 2ab + b^2}$

4. Simplificar
$N = \sqrt[3]{a^3 + b^3 + 3ab(a + b)}$

PROBLEMAS PARA LA CLASE

1. Simplificar:
$N = \sqrt{x^2 - 2xy + y^2}$

6. Sabiendo que:
$(x + 1)^2 = 3$, Calcular $x^2 + 2x - 2$

Rpta.

Rpta.

2. Reducir:

$$P = \sqrt{(a+b)(a-b)+b^2}$$

Rpta.

3. Simplificar:

$$N = \frac{(x+a)(x+b)-ab}{x^2+(a+b)x}$$

Rpta.

4. Si: $a + b = 2$ y $ab = 1$, hallar $a^2 + b^2$

Rpta.

5. Si $x + \frac{1}{x} = 3$, hallar $x^2 + \frac{1}{x^2}$

Rpta.

11. Simplificar:

50 $$N = \frac{(x+3)(x+5)}{x^2+8x+15}$$

Rpta.

12. Reducir:
$P = (x + 4)(x + 2) - 6x - 8$

Rpta.

13. Si: $4a^2 - 4a + 1 = 0$, calcular: $4a + 3$

Rpta.

7. Si $(a + 2b)(a - 2b) = 0$: $b \neq 0$. calcular $\left(\frac{a}{b}\right)^2$

Rpta.

8. Si $(x + y + 1)(x + y - 1) = 1$, calcular $(x + y)^2$

Rpta.

9. Si $a + b = 4$ y $ab = 3$, hallar $a^3 + b^3$

Rpta.

10. Si: $a - b = 2$ y $ab = 15$, Hallar $a^3 - b^3$

Rpta.

14. Reducir
$(x + 1)(x - 1) + (x + 2)x + (x + 3)(x + 1) - x^2$

Rpta.

15. SI $a + \frac{1}{a} = 3$, hallar $a^3 + \frac{1}{a^3}$

Rpta.

PROBLEMAS PARA LA CASA

1. Simplificar:
$$N=\sqrt{(x+y)^2-(x-y)^2}$$
A) $2\sqrt{xy}$ B) $4\sqrt{xy}$ C) 4xy
D) 5xt E) $\sqrt{xy}$

2. Reducir:
$$Q=\sqrt{(x+y)(x-y)+y^2}$$
A) x B) x^2 C) xy
D) y^2 E) y

3. Simplificar:
$$N=\frac{(x+4)(x+5)-20}{x^2+9x}$$
A) 0 B) 1 C) 4
D) 8 E) 14

4. Si: x + y = 5 y x . y = 6, Hallar $x^2 + y^2$

A) 11 B) 12 C) 13
D) 14 E) 15

5. Si: $x+\frac{1}{x}=4$, Hallar $x^2+\frac{1}{x^2}$

A) 12 B) 13 C) 14
D) 15 E) 16

6. Sabiendo que: $(x + 2)^2 = 36$, hallar $x^2 + 4x - 2$

A) 10 B) 20 C) 30
D) 40 E) 50

7. Si (a + 3b) (a - 3b) = 0, b ≠ 0, calcular $\left(\frac{a}{b}\right)^2$

A) 3 B) 6 C) 9
D) 12 E) 15

8. Si (a + b) = 6 y ab = 8, hallar $a^3 + b^3$

A) 36 B) 72 C) 144
D) 216 E) 108

9. Si (a + b + 1) (a + b - 1) = 3, hallar $(a + b)^2$

A) 6 B) 7 C) 8
D) 9 E) 10

10. Si x - y = 4
Simplificar:
$$N=\sqrt{(x+y)^2-4xy}$$
A) 5 B) 3 C) 2
D) 1/2 E) 4

CLAVES

1. A	6. C
2. A	7. C
3. B	8. B
4. C	9. E
5. C	10. E

<u>TEMA</u>: DIVISIÓN ALGEBRAICA

DIVISIÓN DE UN POLINOMIO ENTRE UN MONOMIO

Para dividir polinomio entre un monomio, se divide cada uno de los términos del polinomio separadamente entre el monomio divisor:

Ejemplo:

$$\frac{42x^6y^5 - 21x^3y^7 + 35x^5y^2}{7xy^2} = \frac{42x^6y^5}{7xy^2} - \frac{21x^3y^7}{7xy^2} + \frac{35x^5y^2}{7xy^2}$$

$$= 6x^5y^3 - 3x^2y^5 + 5x^4$$

DIVISIÓN DE DOS POLINOMIOS

Para dividir dos polinomios tenemos la siguiente regla práctica:

1. Se ordenan el dividendo y el divisor según la misma letra, dejando espacios para los términos que faltasen.
2. Se divide el primer término del dividendo entre el primer término del divisor para obtener el primer término del cociente.
3. Se multiplica el primer término del cociente por todo el divisor y el producto se resta del dividendo. Para ello se coloca cada término de este producto debajo de su semejante cambiando de signo.
4. Se divide el primer término del residuo, entre el primero término del divisor, para obtener el segundo término del cociente.
5. Este segundo término se multiplica por todo el divisor y este producto se resta del residuo anterior.
6. Se divide el primer término del segundo residuo, entre el primer término del divisor para obtener el tercer término del cociente.
7. Se continúa análogamente a los pasos anteriores hasta que el residuo sea un polinomio de menor grado que el divisor.

Ejemplo:

Dividir

$7x - 3 + 2x^4 - x^3$ entre $2x + 3$

Resolución:

Ordenando en sentido decreciente y completando

$2x^4 - x^3 + 0x^2 + 7x - 3$ ente $2x + 3$

Sería:

$$
\begin{array}{rrrrrr|l}
2x^4 & -\ x^3 & +\ 0x^2 & +\ 7x & -\ 3 & & 2x + 3 \\ \cline{7-7}
-\ 2x^4 & -\ 3x^3 & & & & & x^3 - 2x^2 + 3x - 1 \\ \cline{1-2}
 & -\ 4x^3 & +\ 0x^2 & & & & \\
 & +\ 4x^3 & +\ 6x^2 & & & & \\ \cline{2-3}
 & & 6x^2 & +\ 7x & & & \\
 & & -\ 6x^2 & +\ 9x & & & \\ \cline{3-4}
 & & & -\ 2x & -\ 3 & & \\
 & & & +\ 2x & +\ 3 & & \\ \cline{4-5}
 & & & & 0 & &
\end{array}
$$

El cociente es $x^3 - 2x^2 + 3x - 1$ y el residuo es cero

Ejemplo:

Dividir

$$
4x^5 + 4x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 4x - 1 \quad \underline{|\,2x^3 + 3x^3 + x - 1}
$$

Cociente Q(x) = _ _ _ _ _

Cociente R(x) = _ _ _ _ _

MÉTODOS ALTERNATIVOS DE DIVISIÓN

Coeficientes Separados

En la división de polinomios de una sola variable podemos prescindir de la parte literal.

Ejemplo:

Dividir

$20x^3 - 2x^2 + 16\,x + 2$ entre $4x - 2$

$$
\begin{array}{rrrr|l}
20 & -\ 2 & -\ 16 & +\ 8 & 4 - 2 \\ \cline{5-5}
-\ 20 & +\ 10 & \downarrow & \downarrow & \underbrace{5 + 2 - 3} \\ \cline{1-2}
 & +\ 8 & -\ 16 & & \uparrow \\
 & -\ 8 & +\ 4 & & \boxed{\text{Cociente: } 5x^2 + 2x - 3} \\ \cline{2-3}
 & & -\ 12 & +\ 8 & \\
 & & +\ 12 & -\ 6 & \\ \cline{3-4}
 & & & 2 & \leftarrow \boxed{\text{Residuo: } 2}
\end{array}
$$

$Q(x) = 5x^2 + 2x - 3$

$R(x) = 2$

Ejemplo:

Dividir: $x^5 + 2x^4 - x^2 + 3$ entre $x^2 - 2x + 1$

$$
\begin{array}{cccccc|ccc}
1 & 2 & 0 & -1 & 0 & 3 & 1 & -2 & 1 \\ \cline{7-9}
\end{array}
$$

Cociente Q(x) = _ _ _ _ _

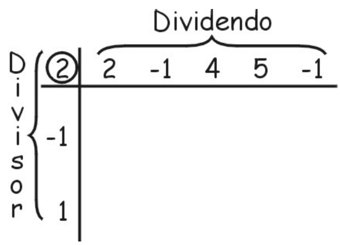
Cociente R(x) = _ _ _ _ _

Método de Horner

Primeramente se trazan dos rectas que se intersecten, una vertical y otra horizontal. Encima de la recta horizontal y a la derecha de la vertical se colocan los coeficientes del dividendo con su propio signo. Encima de la vertical izquierda se coloca el primer coeficiente del divisor con su propio signo en ese mismo sitio y debajo de la horizontal se coloca el resto de coeficientes del divisor con el signo cambiado.

Ejemplo:

Dividir: $2x^4 - x^3 + 4x^2 + 5x - 1$ entre $2x^2 + x - 1$



Para comenzar a dividir se traza otra raya vertical entre los coeficientes del dividendo, el número de columnas a contar de derecha a izquierda es igual al grado del divisor, ésta raya servirá para separar el cociente del residuo. Además se traza otra recta horizontal para colocar debajo de ella la respuesta.

En el ejemplo:

Para empezar a dividir

1. Se divide el primer término del dividendo entre el número encerrado en un círculo el resultado se coloca debajo de la segunda raya horizontal y se multiplica por cada uno de los número que estén a la izquierda, de la raya vertical y debajo de la recta horizontal, colocando los productos debajo de los números que le siguen al primero.

2. Se suma la siguiente columna, el resultado se divide entre el número encerrado en una circunferencia y se coloca como resultado debajo de la raya horizontal, se procede igual que en el paso anterior.

3. La operación se realiza hasta completar el resultado correspondiente a todas las columnas, después de la 2da raya vertical, luego de esa raya la suma de las columnas ya no se divide entre el número encerrado en la circunferencia.

		-2	6		
2	2	-1	4	5	-1
-1	÷	-1	+1	-1	
1			+1	-3	+3
		÷			
	1	-1	3	1	2

$\boxed{Q(x) = x^2 - x + 3}$ $\boxed{R(x) = x + 2}$

LA DESGRACIA ABRE EL ALMA A UNA LUZ QUE LA PROSPERIDAD NO VE.

LACORDAIRE

Ejemplo:
Dividir
$6x^5 + 7x^4 - 18x^3 + 10x^2 + 7x - 9$ entre $3x^3 + x2 + 2$

3	6	7	-18	10	7	-9
1						
0						
-2						

Q(x) = _ _ _ _ _ _ _
R(x) = _ _ _ _ _ _ _

Método de Ruffini

Este método es aplicable a divisores de la forma: $(x \pm a)$ y con ciertas restricciones a divisores de la forma $(ax^n \pm b)$.

1. Divisor de la forma $(x \pm a)$

Para dividir por el Método de Ruffini, se trazan dos rayas que se intersectan, una vertical y otra horizontal. Encima de la raya horizontal y a la derecha de la vertical se colocan los coeficientes del dividendo con su propio signo y encima de la raya horizontal y a la izquierda de la vertical se coloca el valor de "x" que anula al divisor.

Ejemplo:
Dividir:
$x^3 - 2x^2 + x - 5$ entre $x - 2$

	1	-2	+1	-5
2				

Para comenzar a dividir se procede de la siguiente manera:

$$
\begin{array}{c|ccc|c}
 & 1 & -2 & +1 & -5 \\
2 & & 2 & 0 & 2 \\
\hline
 & 1 & 0 & 1 & -3 \\
 & \times & \times & \times &
\end{array}
$$

$Q(x) = x^2 + 1$
$R(x) = -3$

Ejemplo:
Dividir
$x^5 - 8x^3 + 4x^2 - 5$ entre $x - 2$

$$
\begin{array}{c|ccccc|c}
 & 1 & 0 & -8 & 4 & 0 & -5 \\
2 & & & & & & \\
\hline
 & & & & & &
\end{array}
$$

$Q(x) =$ _ _ _ _ _
$R(x) =$ _ _ _ _ _

TEOREMA DEL RESTO

Este método se emplea para calcular el residuo en forma directa, sin necesidad de efectuar la división. Se emplea cuando el divisor es de la forma $ax \pm b$ o transformable a ella.

Procedimiento:

1. Se iguala al el divisor a cero encontrándose un valor de la variable.
2. El valor encontrado se Reemplaza en el polinomio dividendo obteniéndose un resultado el cual será el residuo

Ejemplo:
Calcular el residuo del divisor:
$3x^3 - 5x^2 + 7$ entre $x - 3$

Igualamos el divisor a cero
$x - 3 = 0$
$\boxed{.\ x = 3\ .}$

Este valor de "x" se reemplaza en el dividendo $3x^3 - 5x^2 + 7$
Residuo (R)= $3(3)^3 - 5(3)^2 + 7$
$= 3 \,.\, 27 + 5 \,.\, 9 + 7$
$= 81 - 45 + 7 = 43$

Ejemplo:
Calcular el residuo de dividir:
$x^3 + +2x^2 - x + 2$ entre $2x - 1$

Igualamos el divisor a cero
$2x - 1 = 0$
$\Rightarrow \boxed{.\ x = \_\ \_\ .}$

Reemplazando
Residuo (R) = _ _ _ _ _

NO SE MIDE EL AMOR POR EL NÚMERO DE CARICIAS, SINO POR LA FRECUENCIA CON QUE UNO Y EL OTRO SE COMPRENDEN

H. SPENCER

PROBLEMAS PARA LA CLASE

1. Indicar el residuo de la siguiente división

$$\frac{2x^7 - 4x^6 + 2x + 3}{x - 2}$$

Rpta.

2. Efectuar la siguiente división
Indicar el residuo

$$\frac{6x^3 - 5x^2 - 4x + 4}{x - 1}$$

Rpta.

3. Indicar el término independiente del resto de la siguiente división

$$\frac{6x^3 - x^2 + 2x + 6}{3x^2 - 2x - 1}$$

Rpta.

4. Indicar la suma de coeficientes del cociente luego de efectuar:

$$\frac{2x^4 - x^3 + 3x^2 + 20x - 10}{2x^2 + 3x - 1}$$

Rpta.

5. Calcular "n", si el resto de la división es – 15

$$\frac{2x^3 + nx^2 + 4x + n}{2x + n}$$

Rpta.

6. Al dividir $x^4 - 2x^2 - 6$ entre $x + 3$, el residuo es:

Rpta.

7. Hallar el cociente en:

$$\frac{x^5 - 6x^4 - 2x^3 - x + 1}{x^3 - 3x^2 + 1}$$

Rpta.

8. Cual es el valor que deberá tener "K" para que al dividir $4x^5 - 2x^3 + K - 2$ entre $x - 2$, el residuo sea cero

Rpta.

9. El cociente de la siguiente división:
$x^3 + 3x^2 - x - 3$ entre $x^2 + 2x - 3$ es:

Rpta.

10. Hallar el residuo en

$$\frac{2x^4 - 5x^3 + 3x - 6}{x - 2}$$

13. Hallar el cociente aplicando Horner

$$\frac{x^5 - 27x - x^4 + 7x^2 + 10}{x^2 - x + 5}$$

Rpta.

14. Hallar el cociente aplicando Ruffini
$x^4 - 3x^3 + 5x - 8$ entre $x + 2$

Rpta.

11. Hallar el cociente en:

$$\frac{38x^4-65x^3+27}{2x^2-5x+3}$$

Rpta.

12. Hallar el coeficiente del término cuadrático en:

$$\frac{2x^4-x^3-7x-3}{2x+3}$$

Rpta.

Rpta.

15. Hallar el cociente aplicando Horner
$6x^5 + 2x^4 - 23x^3 + 11x^2 + 12x - 3$ entre $3x^3 - 5x^2 + 3$

Rpta.

PROBLEMAS PARA LA CASA

1. Indicar el residuo en la siguiente división:

$$\frac{2x^3-x^2+3}{x+1}$$

A) 1 B) -1 C) 0
D) 2 E) -2

2. Efectuar la siguiente división:

$$\frac{6x^2-x-2}{2x+1}$$

E indicar el cociente

A) x+1 B) 3x–2 C) 3x+2
D) 2x+3 E) 2x–3

3. Indicar el término independiente del resto en la siguiente división

$$\frac{6x^2-9x-27}{3x-9}$$

A) 1 B) 2 C) -2
D) 3 E) 0

4. Calcular la suma de coeficientes del cociente, después de efectuar.

$$\frac{x^2-15x+56}{x-8}$$

A) 5 B) -5 C) 6
D) -6 E) 7

5. Calcular "n" si el resto de la división es cero

$$\frac{2x^3-11x^2+18x-n}{x-4}$$

A) 12 B) 36 C) 42
D) 6 E) 24

6. Al dividir:

$$\frac{x^6-7x^3+12}{x^3-3}$$

El residuo es:

A) x^3-4 B) X^3+4 C) x^2-5
D) x^2-3 E) $2x^3+1$

7. Hallar el cociente en:

9. Dividir usando Ruffini
$2x^3 - 11x^2 + 18x - 24$ entre

$$\frac{x^3-10x^2+14x-9}{x^2-4x-3}$$

A) x+1 **B)** x–1 **C)** x+6
D) x–6 **E)** x+7

x- 4
e indicar el término independiente del cociente

A) 1 **B)** 3 **C)** 6
D) 9 **E)** -3

8. Dividir usando Horner

$$\frac{5y^5-9y^4+3y^6-10y^3+3y-4+8y^2}{3y^3+2y^2-5y-4}$$

e indicar la suma de coeficientes del cociente

A) 0 **B)** 1 **C)** -1
D) 2 **E)** 3

10. Dividir usando Horner

$$\frac{31x^2+x^6-8x-5x^5+21}{x^3-7-2x}$$

e indicar el coeficiente del término cúbico

A) 0 **B)** 1 **C)** -1
D) 2 **E)** -2

CLAVES

1. C	**6.** A
2. B	**7.** D
3. D	**8.** B
4. D	**9.** C
5. E	**10.** B

TEMA: COCIENTES NOTABLES

CONCEPTO

Son ciertos cocientes que se escriben por simple inspección, sujetándose a reglas fijas y sin realizar la división.

1. Cociente de la diferencia de cuadrados entre la suma o diferencia e los mismos

$$\boxed{\frac{x^2-y^2}{x+y}=x-y} \qquad \boxed{\frac{x^2-y^2}{x-y}=x+y}$$

Ejemplos:

1. $\frac{x^2-1}{x+1}=x-1$
2. $\frac{x^2-9}{x+3}=x-3$
3. $\frac{x^2-4}{x-2}=x+2$
4. $\frac{x^2-64}{x-8}$ = _____
5. $\frac{x^2-16}{x-4}$ = _____
6. $\frac{x^2-25}{X+5}$ = _____

2. Cociente dela suma o diferencia de cubos entre la suma o diferencia de los mismos

$$\boxed{\frac{x^3+y^3}{x+y}=x^2-xy+y^2} \qquad \boxed{\frac{x^3-y^3}{x-y}=x^2+xy+y^2}$$

Ejemplos:

1. $\frac{x^3+8}{x+2}=x^2-2x+4$
2. $\frac{x^3-64}{x-4}=x^2+4x+16$
3. $\frac{x^3+27}{x+x}=x^2+3x+9$
4. $\frac{x^3+125}{x+5}$ = _____
5. $\frac{x^3-216}{x-6}$ = _____
6. $\frac{x^3+1000}{x+10}$ = _____

En general: los cocientes notables son de forma $\frac{x^n \pm y^n}{x \pm y}$

Se presentan 3 casos:

1er caso

$$\boxed{\frac{x^n-y^n}{x-y}=x^4+x^3y+x^2y^2+xy^3+y^4}$$

Ejemplos:

1. $\dfrac{x^5 - y^5}{x - y} = x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4$

2. $\dfrac{x^6 - y^6}{x - y}$ = _______________

2do caso

$$\boxed{\dfrac{x^n - y^n}{x - y} = x^{n-1} + x^{n-2}y + x^{n-3}y^2 + x^{n-4}y^3 + \ldots.. + y^{n-1}}$$

Ejemplos:

1. $\dfrac{x^6 - y^6}{x + y} = x^5 - x^4y + x^3y^2 - x^2y^3 + xy^4 + y^5$

2. $\dfrac{x^5 - y^5}{x + y}$ = _______________

2do caso

$$\boxed{\dfrac{x^n - y^n}{x + y} = x^{n-1} - x^{n-2} . y + x^{n-3} . y^2 - x^{n-4} . y^3 \ldots\ldots - y^{n-1}}$$

Ejemplos:

3. $\dfrac{x^6 - y^6}{x + y} = x^5 - x^4y + x^3y^2 - x^2y^3 + xy^4 - y^5$

4. $\dfrac{x^5 - y^5}{x + y}$ = _______________

3er caso Se cumple sólo si n es impar

$$\boxed{\dfrac{x^n + y^n}{x + y} = x^{n-1} - x^{n-2}y + x^{n-3}y^2 - x^{n-4}y^3 + \ldots\ldots + y^{n-1}}$$

Ejemplos:

1. $\dfrac{x^5 + y^5}{x + y} = x^4 - x^3y + x^2y^2 - xy^3 + y^4$

2. $\dfrac{x^7 + y^7}{x + y}$ = _______________

En general

Sea:

$\dfrac{x^n \pm y^n}{x \pm y}$

El número de términos es $\frac{n}{1} = n$

El término de lugar "K" es:

$T_K = \pm x^{n-K} \; . \; y^{K-1}$

Para que una expresión de la forma

$$\frac{x^m \pm y^p}{x^n \pm y^q}$$

Sea cociente notable ante todo deberá cumplirse que:

$$\frac{m}{n} = \frac{p}{q}$$

NO VAYAS DELANTE DE MI, NO TE SEGUIRÉ, NI ME SIGAS, NO TE GUIARÉ; SOLO CAMINA A MI LADO Y SEAMOS AMIGOS.

E. WHITE

PROBLEMAS PARA LA CLASE

1. Efectuar

   $\frac{x^5 - 32}{x - 2}$ y hallar la suma de coeficientes del resultado

   Rpta.

2. Calcular el tercer término de:

   $$\frac{84x^4 - 1}{3x - 1}$$

   Rpta.

3. Calcular el segundo término de

   $$\frac{125x^3 - 27}{5x - 3}$$

   Rpta.

4. Desarrollar

5. Desarrollar

   $$N = \frac{(x+3)^4 - 16}{x + 1}$$

   Rpta.

6. Si:

   $\frac{x^{m+1} + y^{m-1}}{x^3 + y^2}$, es C.. Hallar "m"

   Rpta.

7. Hallar el término de lugar 34 en

   $$\frac{x^{48} - y^{48}}{x - y}$$

   Rpta.

8. Hallar el término de lugar 25 en

$$E = \frac{(x+2)^3 - 8}{x}$$

Rpta.

9. Hallar el valor de "n" para que: $\frac{x^{n+5} - y^{n-2}}{x^3 - y^2}$ sea Cociente Notable

Rpta.

10. Hallar el valor de "P" para que: $\frac{x^{P+4} - y^6}{x^4 - y^{P-4}}$, sea C.N

Rpta.

11. Efectuar: $\frac{x^6 - 64y^6}{x - 2y}$ e indicar el cuarto término

Rpta.

12. Cual es el tercer término en el cociente

$$\frac{x^{10} + 32y^5}{x^2 + 2y}$$

Rpta.

$$\frac{x^{40} - a^{40}}{x - a}$$

Rpta.

13. Cual es el quinto término del desarrollo de:

$$\frac{64x^6 - 1}{2x + 1}$$

Rpta.

14. ¿Cuál es la suma de coeficientes del desarrollo del cociente:

$$\frac{x^7 - 1}{x - 1}$$

Rpta.

15. Hallar el término central del desarrollo

$$\frac{x^{15} + y^{15}}{x^3 + y^3}$$

Rpta.

PROBLEMAS PARA LA CASA

1. Hallar la suma de coeficientes del desarrollo de:

$$\frac{x^{10} + 32y^5}{x^2 + 2y}$$

A) 10 **B)** 11 **C)** 12
D) 13 **E)** 14

2. Calcular el cuarto término del desarrollo de:

$$\frac{x^9 + y^9}{x + y}$$

4. Desarrollar y dar el valor numérico del tercer término para x = 2 del siguiente Cociente Notable

$$\frac{(x+3)^4 - 16}{x + 1}$$

A) 10 **B)** 15 **C)** 20
D) 25 **E)** 30

5. Si: $\frac{x^{3n+1} + y^{n+2}}{x^3 + y^4}$, es un Cociente

A) x^3y^3 **B)** $-x^3y^3$ **C)** x^4y^4
D) $-x^2y^3$ **E)** $-x^3y^2$

3. Calcular el quinto tercer término del desarrollo de:

$$\frac{y^8 - x^8}{y + x}$$

A) y^4x^3 **B)** y^3x^4 **C)** $-y^3x^4$
D) $-y^4x^3$ **E)** x^4y^4

7. Hallar el término de lugar 30 en

$$\frac{x^{36} - a^{36}}{x - a}$$

A) $x^5.a^{28}$ **B)** $-x^6.a^{29}$ **C)** $x^6.a^{29}$
D) $x^6.a^{30}$ **E)** $x^6.a^{40}$

8. Hallar el valor de "K" para que $\dfrac{x^{3K+2} - n^{16}}{x^{K-1} - n^2}$, sea C.N.

A) 1 **B)** 1,5 **C)** 2
D) 2m5 **E)** 5

Notable, hallar "n"

A) 1 **B)** 2 **C)** 3
D) 4 **E)** 5

6. Hallar el término de lugar 47 en

$$\frac{x^{61} - y^{61}}{x - y}$$

A) $x^{13}x^{15}$ **B)** $x^{12}y^{43}$ **C)** $x^{14}y^{46}$
D) $x^{11}y^{51}$ **E)** $x^{15}y^{40}$

9. Hallar el V.N. del quinto término del desarrollo de $\dfrac{x^9 + y^9}{x + y}$, para que x = 3, y = 2

A) 646 **B)** 340 **C)** 648
D) 343 **E)** 548

10. Hallar el término central de

$$\frac{x^{21} + y^{21}}{x^3 + y^3}$$

A) x^9y^8 **B)** x^8y^9 **C)** x^7y^7
D) x^9y^9 **E)** x^8y^8

CLAVES

1. B	6. C
2. C	7. C
3. B	8. C
4. C	9. C
5. C	10. D

TEMA: FACTORIZACIÓN (I)

CONCEPTO

La Factorización es un procedimiento mediante el cual un polinomio se expresa como producto de sus factores.

Ejemplo:

1. $5a + 5b = 5(a + b)$

2. $49 - 25x^2 = (7 + 5x)(7 - 5x)$

3. $m^2 + 6m + 9 = (m + 3)(m + 3) = (m + 3)^2$

POLINOMIO PRIMO O IRREDUCIBLE

Un polinomio P(x) es primo o irreducible cuando no se puede descomponer en un producto de polinomios de grado positivo menor que el grado de P(x). en caso contrario se dice que el polinomio es compuesto o reducible o no primo.

MÉTODO DEL FACTOR COMÚN

1. Factor Común Monomio

Se determina el MCD de los coeficientes y se toma la variable común con el menor exponente.

Ejemplos:

1. Factorizar:

$$3x^2 + 12x = \underbrace{3x}_{\text{Factor común monomio}}(x + 4)$$

2. Factorizar $6x^3 - 15x^2$

Hallamos el M.C.D. de 6 y 15

$$\begin{array}{ccc|c} 6 & - & 15 & 3 \\ 2 & & 5 & \end{array} \Rightarrow \text{M.C.D. }(6,15) = 3$$

El menor exponente de x es 2 $\Rightarrow$ el factor común es $3x^2$

Luego

$3x^2(2x - 5)$

3. Factorizar:

$3x^2y + 6xy^2 - 3x^2y^2$

2. Factor Común Polinomio

El factor común es un polinomio.

Ejemplo:

$5a(x - y) + 10b^2(x - y)$

Se procede de igual forma que en el caos anterior

M.C.D.$(5x10) = 5$

Factorizando tenemos

$5(x - y)(a + 2b^2)$

POR EL BRILLO DE LOS OJOS, DESDE EL COMIENZO DE LOS TIEMPOS, LAS PERSONAS RECONOCEN A SU VERDADERO AMOR.

BRIDA

PROBLEMAS PARA LA CLASE

1. Factorizar:
$7x + 7y$

Rpta.

2. El factor común de $x^2 - x^2y$ es:

Rpta.

3. Factorizar
$24x^3 - 16x^2 + 8x$

Rpta.

4. Factorizar:
$18x^3 + 6x^2y + 4xy^2 - 10xy$

Rpta.

5. Al factorizar
$16z^3 + 20z^2 + 4z^4 + 12z^5$, se obtiene:

Rpta.

6. Factorizar:
$\frac{1}{5}x + \frac{1}{5}$

Rpta.

7. Factorizar:
$-a - b + 2(a + b)$

Rpta.

8. Si: $x - y = 5$ y $m = 4$. Hallar
$mx + my$

Rpta.

9. Factorizar:
$1 - x + 2y(1 - x)$

Rpta.

10. Factorizar
$(a + b)x - (a + b)y - a - b$

Rpta.

11. Factorizar:
$(ax - bx + cx) + (ay - by - cy) - a + b - c$

Rpta.

12. Factorizar:
$4x^4y - 2x^5 + 6x^3y^2 - 2x^2y^3$

Rpta.

14. Factorizar:
$-x^2y - 4x^2$

Rpta.

15. Factorizar:
$y^3 + ny^3$

Rpta.

13. Factorizar:

$12n^5m^4 - 18n^3m^7$

Rpta.

PROBLEMAS PARA LA CASA

1. En la expresión
$7x^2y^3 + 14x^3y^2$
El factor común es:

A) x^2y^2 **B)** $7xy$ **C)** $7x^2y^2$
D) x^3y^3 **E)** $7x^3y^3$

2. En la siguiente expresión
$x^2n^3 + m^3x^2 + m^5n^4$, al factorizar, el factor común es

A) $m \cdot n$ **B)** m^2n **C)** mn^2
D) $m^2 \cdot n^2$ **E)** m^3n^2

3. Si factorizamos
$9y^2 - 81y$
el factor que no es monomio es:

A) $9 - y$ **B)** $y2 - 9$ **C)** $y - 9$
D) $y + 9$ **E)** $9y$

4. Uno de los factores de:
$(a+2b)(2a+b) - (a-2b)(5b-3)$, es:

A) $2a + 3b + 3$ **B)** $2a + b + 3$
C) $2a - 4b + 3$ **D)** $2a + b$
E) $2a - b$

5. Después de factorizar
$(3x+1)(2a+3) + (2a+3)(4x+2)$
Uno de los factores es:

A) $7x-3$ **B)** $7x+3$ **C)** $7x+1$
D) $7x-1$ **E)** $7x+5$

6. Si $a - b = 5$ y $m = 4$, hallar el valor de $ma - mb$

A) 10 **B)** 20 **C)** 30
D) 15 **E)** 16

7. Si $p + q = 3$, $x + y = 16$, hallar el valor de
$(p + q)x + (p + q)y$

A) 16 **B)** 3 **C)** 48
D) 16 **E)** 12 19

8. Si: $m + n = 4$; $a - b = 2$, hallar el valor de:
$(m + n)a - (m + n)b$

A) 10 **B)** 16 **C)** 8
D) 4 **E)** 5

9. Si: $x^2 + y^2 = 5$; $p + q = 3$, hallar el valor de:
$(p + q)x^2 + (p + q)y^2$

A) 10 **B)** 15 **C)** 17
D) 9 **E)** 5

10. Factorizar
$(a^2 + b^2)(x + y) + (a^2 + b^2)(x - 3y) + (a^2 + b^2)(y - 2x)$
Uno de los factores es:

A) $x(a + b)$ **B)** $x^2(a + b)$
C) $x(a + b)^2$ **D)** $-y(a^2 + b^2)$
E) $x(a^2 - b^2)$

CLAVES

1. C	6. B
2. D	7. C
3. C	8. C
4.	9. B
5. B	10. D

ÍNDICE

PÁG.

TEMA: FACTORIZACION II

Método de Agrupación

Se usa este método cuando el polinomio posee un factor común de 2 a mas términos por lo general se encuentran luego de agrupar.

Ejemplos:

1. $\underbrace{ax + bx} + \underbrace{ay + by}$

agrupando

$x\underline{(a+b)} + y\underline{(a+b)}$

factor común

Factorizando:

$(a+b)(x+y)$

2. $6ax + 3a + 1 + 2x$

$3a\underbrace{(2x + 1)} + \underbrace{1 + 2x}$

Factor común

Factorizando:

$(2x + 1)(3a + 1)$

3) $\underbrace{xy^2} + \underbrace{xz^2} + yz^2 + x^2y$

$$xy^2 + yz^2 + xz^2 + x^2y = y(xy + z^2) + x(z^2 + xy)$$
$$= (xy + z^2)(y + x)$$

Método de las Identidades

a) Trinomio Cuadrado Perfecto

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$
$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

Ejemplo:

1. Factorizar

$$16x^2 + 40x + 25$$

$$\underbrace{\text{Raíz}} \rightarrow 4x \quad \underbrace{2(4x)(5)} \quad 5 = (4x + 5)^2$$

Doble producto $\Rightarrow$ Si es T.C.P.

b) Diferencia de Cuadrados

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Ejemplo:

1. **Factorizar**

$$x^4 - 4b^2$$

$$\downarrow \qquad \downarrow$$

$$\text{Raíz} \rightarrow x^2 \qquad 2b \Rightarrow \qquad x^4 - 4b^2 = (x^2 + 2b)(x^2 - 2b)$$

Método del Aspa Simple

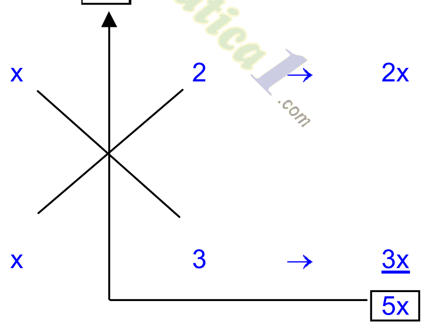
Se utiliza para factorizar polinomios de la forma:

$$\boxed{ax^2 + bx + c}$$

Ejemplo:

1. **Factorizar:**

$$x^2 + \boxed{5x} + 6$$



Método del Aspa Doble:

Se utiliza para factorizar polinomios de la forma:

$$ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f$$

Ejemplo: Factorizar

$$4x^2 + \boxed{12xy} + 9y^2 + \boxed{20x} + \boxed{30y} + 25$$

$$\begin{array}{ccc}
2x & 3y & 5 \\
2x & 3y & 5 \\
 & 6xy & \downarrow \\
 & \underline{6xy} \quad 10x + & 15y + \\
 & \underline{10x} & \underline{15y} \\
 & \boxed{12xy} \quad \boxed{20x} & \boxed{30y}
\end{array}$$

Luego: Factorizando

$$(2x + 3y + 5)(2x + 3y + 5) = (2x + 3y + 5)^2$$

"El optimista se equivoca con tanta frecuencia como el pesimista, pero es incomparablemente feliz".

N. Hill

PROBLEMAS PARA LA CLASE

01) Señalar un factor de:

$ax + a + bx + b$

Rpta.:

02) Señale un factor de:

$(a + 1)(a - 2) + 3b(a + 1)$

Rpta.:

03) Factorizar:

$ax + x – 3a – 3$ y señala un factor.

Rpta.:

04) Factorizar y señale uno de los factores de:

$az – aq + bz – bq$

Rpta.:

05) Señale uno de los factores de:

$xy + yz + wy - x - z – w$

Rpta.:

06) Después de factorizar. Señale un factor.

$ax – ay – bx + by + cx – cy$

Rpta.:

07) Después de factorizar.

$n^2ax + m^2ax + n^2by + m^2by$ El factor de 2do grado es:

Rpta.:

08) Factorizar:

$4x^2 + 12xy + 9y^2$

Rpta.:

09) **Factorizar:**

$a^2x^2 + 2abx + b^2$

Rpta.:

10) **Factorizar:**

$P = a^2 + 2a + 1$

Rpta.:

11) **Factorizar:**

$Q = x^2y^2 + 2xy^2 + y^2$ e indicar el factor primo de menos términos.

Rpta.:

12) **Factorizar y hallar la suma de los factores de:**

$N = 64x^4 - 36y^2z^6$

Rpta.:

Factorizar:

$Q = 100x^8y^6 - 25z^{16}$

Rpta.:

13) **Factorizar; e indicar la suma de los factores primos:**

$N = x^2 + x - 12$

Rpta.:

14) **Factorizar e indicar uno de los factores de:**

$M = x^2 + 3x - 18$

Rpta.:

15) **Factorizar e indicar uno de los factores de:**

$P = x^2 + 6x - 30$

Rpta.:

16) factorizar e indicar la suma de los factores de:

$N = x^2 + 3x - 40$

Rpta.:

17) Factorizar; e indicar uno de los factores de :

$Q = x^2 - 4xy + 4y^2 + x - 2y - 2$

Rpta.:

18) Factorizar, e indicar la suma de sus factores de:

$N = 16x^2 - 8xy + y^2 - 12x + 3y - 4$

Rpta.:

19) Factorizar usando el método del aspa doble.

$N = 18x^2 + 9xy - 20y^2 + 46y + 24x - 24$

y señala un factor.

Rpta.:

Me preguntas ¿qué es dios? no se que decirte; lo que si puedo afirmar es que siempre será mucho más de lo que la naturaleza humana puede ofrecerte

Francisco Jaramillo

PROBLEMAS PARA LA CASA

01) Señale un factor de:

$P = ax + bx - ay - by$

a) $a - b$ b) $x + y$
c) $a + b$ d) 1
e) 2

02) Señale un factor de:

$(x + 1)(y - 2) + 3x(x + 1)$

a) $(x + 1)$ b) $(x - 1)$
c) $(y - 2)$ d) $(y + 2)$
e) 1

03) Señalar un factor de:

$nx + ny + x + y$

a) $(n - 1)$ b) $(x - y)$
c) $(x + y)$ d) x
e) y

04) Factorizar y señalar uno de los factores de:

$xy + wz - wy + xz$

a) $(x + w)$ b) $(w - x)$
c) $(y + z)$ d) $(y - z)$
e) $(z - y)$

05) Señalar uno de los factores de:

$xm - xp + xn + my - py + ny$

a) $(m - n + p)$ b) $(m - n - p)$
c) $(m + n - p)$ d) $(x - y)$
e) $(m + n)$

06) Después de factorizar. señalar uno de los factores:

$ax - ay - bx + by - cx + cy$

a) $(x + y)$ b) $(y - x)$
c) $(a + b + c)$ d) $(a - b - c)$
e) $(a - b + c)$

07) Después de factorizar señale el factor común de 2do grado.

$N = kx^2 – ky^2 + px^2 + py^2$

a) $(x^2 + y^2)$ b) $(y^2 – x^2)$
c) $(x^2 - y^2)$ d) $(p^2 + k^2)$
e) $(p^2 – k^2)$

08) Factorizar:

$N = 36x^4 – 16y^6$

Hallar la suma de sus factores primos:

a) $10x^2$ b) $12x^2$
c) $6x^2$ d) $8y^3$
e) $12y^3$

09) Hallar la diferencia de los factores mínimos de:

$64x^4y^6 – 36z^6$

a) $12x^2 y^2$ b) $12z^3$
c) $12x^2$ d) $12y^3$
e) $12 x^3y^2$

10) Al factorizar la expresión, uno de los factores es:

$P = (a^2x^2 + 2abxy + b^2y^2)$

a) $(ax + by)^2$ b) $(ax + by)$
c) $(ax - by)$ d) $(ay - bx)$
e) $(ax - bx)$

11) Factorizar e indicar uno de los factores de:

$N = x^2 – 5x – 24$

a) $(x + 8)$ b) $(2x + 3)$
c) $(x - 8)$ d) $(x - 3)$
e) $(x - 1)$

12) Indicar la suma de los factores:

$N = x^2 – 9x + 20$

a) $(x + 9)$ b) $(2x - 9)$
c) $(2x - 4)$ d) $(2x + 5)$
e) $(2x - 1)$

13) Indicar uno de los factores de:

$N = 6x^2 + 5xy - 6y^2 - 2x + 23y - 20$

a) $2x + 3y - 4$ b) $3x + 2y - 5$

c) $6x - 2y - 5$ d) $5x - 4y + 8$

e) $8x - 2y + 3$

14) Después de factorizar, indicar la suma de los factores de.

$N = 4x^2 - 9y^2 + 24y - 16$

a) $2x$ b) $3x$

c) $4x$ d) $6y$

e) $8y$

15) Factorizar, e indicar un factor

$P = 2x^2 - 7xy + 6y^2 + 8x - 13y + 6$

a) $x - 2y + 3$ b) $x + 2y - 3$

c) $x - 2y - 3$ d) $-x - 2y - 3$

e) $2x + 3y - 2$

TEMA: TEORÍA DE ECUACIONES

Consideremos primero los siguientes conceptos:

I) **Igualdad** (=).- Son dos expresiones aritméticos o algebraicas, que gozan del mismo valor.

Ejemplos:

1) una docena = 10 unidades 2) $9 + 4 = 16 - 3$ 3) $5x = 20$

II) **Identidad** ($\equiv$).- Es una igualdad por si misma evidente.

Ejemplos:

1) $8 \equiv 8$ 2) $5k \equiv 5k$ 3) $y + 7 \equiv y + 7$

III) **Ecuación**.- Es una igualdad de expresiones de las cuales una encierra cantidades desconocidas (incógnitas), a las cuales le corresponden unos valores condicionados, pero determinados.

Por ejemplo:

$$2x = 10$$

Las cantidades desconocidas están expresados por medio de letras, generalmente las ultimas del alfabeto, como lo son: x, y, z, etc.

Miembros de una Ecuación

En cada ecuación se distinguen dos partes llamadas miembros de la ecuación, que se encuentran de uno y otro lado, del signo de igualdad.

Primer miembro $\Rightarrow$ a la izquierda del signo (=)
Segundo miembro $\Rightarrow$ a la derecha del signo (=)

Raíz y conjunto solución d una ecuación

Es el número o conjunto de números que al reemplazar a la variable de la ecuación, la transforma en una proposición verdadera.

Ejemplo:

$$5x + 3 = 13$$

El valor $x = 2$ es una raíz (la única), de la ecuación.

Luego: $5 \times 2 + 3 = 13$

$$10 + 3 = 13$$

$$13 = 13 \rightarrow \text{Proposición verdadera}$$

Principios Generales de las ecuaciones

1ro Sin alterar las soluciones de una ecuación, se puede añadir o quitar una misma cantidad a sus dos miembros.

Ejemplo: 1)

$$3x - 5 = 7$$

$$3x - 5 + 5 = 7 + 5$$

$$\boxed{3x = 12}$$

2)

$$5x + 3 = 18$$

$$5x + 3 - 3 = 18 - 3$$

$$\boxed{5x = 15}$$

2do Sin alterar las soluciones de una ecuación, se puede multiplicar o dividir por una misma cantidad a ambos miembros.

Ejemplo:

1) $4x + 1 = 21$

$2(4x + 1) = 21 \,.\, 2 \sim \boxed{8x + 2 = 42}$

2) $3x - 6 = 9$

$$\frac{3x-6}{3} = \frac{9}{3} \sim \frac{3x}{3} - \frac{6}{3} = 3$$

$$\rightarrow \boxed{x - 2 = 3}$$

Propiedad de la Transposición de Términos

En toda ecuación, lo que esta sumando, restando, multiplicando y dividiendo en un miembro, pasa prestando, sumando, dividiendo y multiplicando, respectivamente al otro miembro. Así:

1) $x + 8 = 13$ entonces: $x = 13 - 8$

2) $y - 9 = 6$ entonces: $y = 6 + 9$

3) $6z = 18$ entonces: $z = \frac{18}{6}$

4) $\frac{w}{3} = 4$ entonces: $w = 4 \,.\, 3$

Ecuaciones de Primer Grado con una Incógnita

Toda ecuación de Primer Grado con una incógnita, puede reducirse a la forma:

$$\boxed{ax + b = 0}$$

*Donde: x : incógnita

a y b : coeficientes (a y b $\in$ R)

Despejando a incógnita "x" se tendrá: a.x = -b $\therefore$ $\boxed{x = \frac{-b}{a}}$

Discusión de la raíz

El valor de "x" es decir, la solución o raíz de la ecuación, depende de los valores de a y b, veamos:

1) Si: a $\neq$ 0 y b $\neq$ 0; tendremos: $x = \frac{-b}{a}$ (la ecuación es Determinada y el valor de "x" es único)

2) Si: a $\neq$ 0 y b = 0; tendremos: x = 0 (la ecuación es Determinada y la raíz es nula)

3) Si: a = 0 y b $\neq$ 0; no hay solución (la ecuación es Incompatible o absurda)

4) Si: a = 0 y b = 0; la ecuación es indeterminada.

b) **Regla para resolver ecuaciones de primer Grado con una incógnita**

Para resolver una ecuación de primer gado con una incógnita se puede seguir este orden:

1° Se suprime los signos de colección, si los hay.

2° Se reduce la ecuación al común denominador, si es fraccionaria.

3° Se reúnen las incógnitas en el primer miembro y los demás en el segundo (transposición de términos)

4° Se reúnen los términos semejantes, si los hay.

5° Se despeja la incógnita, dividiendo ambos miembros de la ecuación entre el coeficiente de la incógnita.

6° Se comprueba la ecuación resuelta, reemplazando la incógnita por el valor hallado, reduciéndola a una identidad.

Ejemplo 1: Resolver la ecuación:

$$3x + 1 = x + 17$$

Resolución

$3x + 1 = x – 17$; transponemos términos, cambiando de signo

$3x – x = 17 – 1$; reducimos términos semejantes.

$2x = \frac{16}{2}$; Despejamos "x"; dividendo los miembros entre el coeficiente de "x"

x = 16 ∴ x = 8 (valor de la raíz)

Rpta: El conjunto solución de la ecuación

3x + 1 = x + 17 ; S = { 8 }

Ejemplo 2: Resolver la ecuación:

15 – (2x - 1) = 8 – (2 – 3x)

Resolución

15 – (2x - 1) = 8 – (2 – 3x) ; suprimimos los signos de agrupación

15 – 2x + 1 = 8 – 2 + 3x; transponemos términos

-2x - 3x = 8 – 2 – 15 – 1 ; reducimos términos semejantes

-5x = -10; despejamos "x"

$x = \frac{-10}{-5} \Rightarrow$ ∴ x = 2 (valor de la raíz)

Rpta. El conjunto solución de la ecuación

1 – (2x - 1) = 8 – (2 – 3x) : es : S = { 2 }

c) Resolución de Problemas utilizando Ecuaciones de Primer grado con una Incógnita

- **Problema**: Problema es la investigación de términos desconocidos por medio de los conocidos.

- **Resolver un problema**: Quiere decir: Hallar el valor de la incógnita, hallar una igualdad la cual se desarrollada, satisfaga al valor de la incógnita. Y así toda clase de ecuación es un expresión mas sencilla de un problema dando por ejemplo la siguiente ecuación: $3x + 5 = 11$; puede ser expresión algebraica de este problema.

¿Cuál es el numero cuyo triple, aumentado en 5 sea igual a 11?

- Luego el numero desconocido es "x"
- Cuyo triple es: $3x$
- Aumentando en 5 es: $3x + 5$
- Es igual a 11; o sea: $3x + 5 = 11$

Resolviendo la ecuación:

$3x + 5 = 11$; tenemos que:

$$3x = 11 - 5 = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{3} = 2 \quad x = 2$$

Rpta. El número es 2

- Planteo de un problema: Por plantear un problema se entiende a acomodar todos sus términos conocidos y desconocidos con respecto a la incógnita, de tal suerte que obtenga una ecuación, expresando fielmente el sentido del problema dado.

- Normas para el planteo: aunque no hay reglas fijas para el planteo de Problemas, de donde vienen las dificultades para resolver, estas se superan y vencen únicamente con la constante práctica de múltiplos y variados problemas (ejercicios). Con todo se pueden seguir estas normas generales:

a) Saber determinar bien, cual es la cantidad que se ha de considerar como incógnita del problema.

b) Relacionar con precisión estas cantidades entre si, con respecto a la incógnita.

c) Igualar las expresiones equivalentes, resolviendo la ecuación obtenida.

Ejemplo: ¿Cuál es el numero cuyos $\frac{2}{5}$ aumentando en 3 es igual a sus $\frac{3}{4}$ disminuido en 4?

Raciocinio: El numero buscado es "x"

$$\underbrace{\text{Los } \frac{2}{5} \text{ del número,}}_{\dfrac{2x}{5}}\ \underbrace{\text{aumentado en 3}}_{+\,3}\ \underbrace{\text{igual a sus}}_{=}\ \underbrace{\frac{3}{4}}_{\dfrac{3x}{4}}\ \underbrace{\text{disminuido en 4}}_{-\,4}$$

Planteo $\dfrac{2x}{5} + 3 = \dfrac{3x}{4} - 4$; transponemos términos

$$\frac{2x}{5} - \frac{3x}{4} = -4 - 3 \Rightarrow \frac{4.2x - 5.3x}{5.4} = -7 \Rightarrow \frac{8x - 15x}{20} = -7$$

$\Rightarrow \cancel{-7}\ x\ \cancel{-7}.20\ \Rightarrow\ \therefore\ x = 20$

Rpta.: El número buscado es 20

- **Clases de problemas:**

  Considerando los valores que corresponden a las raíces de los problemas, estos pueden ser:

  a) Determinados: cuando tienen un número limitado de soluciones.

  b) Indeterminados: cuando tiene un número ilimitado de soluciones.

  c) Absurdos: cuando la solución no satisfaga al problema o es imposible hallar su valor.

PROBLEMAS PARA LA CLASE

01) Resolver la ecuación:

$3x + 1 = x + 17$

02) Resolver:

$5x + 3 = 2x + 15$

03) Resolver la ecuación:

$(x + 1)(x + 2) - x(x + 5) = 6$

04) Resolver:

$5x - \{6x + [8 - (x + 1)]\} = -2x + 1$

05) Resolver:

$15 - (2x - 1) = 8 - (2 - 3x)$

06) Resolver:

$2x + 1 = 4(x - 6)$

07) Resolver:

$7 - 3(x + 1) = x - 3(x - 1)$

08) Resolver:

$5x - 2(x - 6) = 2x + 2(x - 1)$

09) Resolver:

$5 - (2x - 1) = 9 - (2 + 3x)$

10) Resolver:

$(3x + 2) + (x + 1) = (2x + 4) + (x + 3)$

11) Resolver:

$3(5x + 1) - 2(6x + 3) = 2(x - 1)$

12) Resolver:

$(5x + 4) - (3x + 1) = (4x + 2) - (3x - 7)$

13) Hallar el conjunto solución de:

$$\frac{x + 27}{4} = x + 3$$

14) Resolver:

$$\frac{x}{2} + \frac{3x}{6} = 1$$

15) Hallar "x"

$$\frac{15 - x}{x} = \frac{1}{2}$$

16) Hallar "x" en:

$$\frac{3}{5} - x = x + \frac{6}{5}$$

17) Resolver:

$$\frac{1}{5}(6x + 1) = 1$$

18) Resolver:

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} = x + 3$$

19) Resolver:

$$\frac{x+3}{6} - \frac{x+4}{8} = \frac{3(x+5)}{36}$$

20) Resolver:

$$\frac{x}{2} + \frac{x+1}{7} = x - 2$$

PROBLEMAS PARA LA CASA

01) Hallar "x" en:

$$\frac{5x}{7} - 4 = x - 12$$

a) 16 b) 28
c) 20 d) 30
e) 18

02) Resolver:

5(2x - 4) = 2(3x + 4)

a) 3 b) 5
c) 7 d) 9
e) 11

03) Resolver:

8x + 2(x + 1) = 7(x – 2) + 3(x + 1) + 13

a) –2 b) 4
c) 3 d) -1
e) indeterminado

04) Hallar el valor de "x" en la siguiente ecuación:

$$\frac{x}{6} + \frac{3}{2} = \frac{x}{2} + \frac{5}{3}$$

a) 1/2 b) 1/4
c) –1/4 d) –1/2
e) 1

05) Hallar el valor de "x" en:

$$\frac{8x}{3} + \frac{1}{2} = \frac{5x}{4} - 2$$

a) 9 b) 8
c) 7 d) 6
e) 5

06) Hallar "x" en:

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = \frac{5}{6}$$

a) 0 b) -1
c) 1 d) 2
e) 6

07) Resolver:

(6x + 7)(5x - 4) = 6(5x^2 - 1)

a) 1 b) 2
c) 3 d) 4
e) -2

08) Resolver:

$$2x + 19 = \frac{7x}{3} + 5$$

Dar como respuesta $\frac{x}{6}$

a) 14 b) 42
c) 7 d) 2
e) 1

09) Hallar el valor de "x" en:

$$\frac{5}{2x}+\frac{2}{3x}=\frac{95}{2x^2}$$

a) 12 b) 13
c) 14 d) 15
e) 16

10) Hallar el valor de:

$$\frac{9}{5x-13}+\frac{2}{3}=1$$

a) 6 b) 7
c) 8 d) 9
e) 10

11) Resolver:

$$\frac{x}{3}+\frac{2x}{5}=2+\frac{10x}{15}$$

a) 16 b) 20
c) 25 d) 30
e) 32

12) Hallar el valor de:

$$\frac{x}{2}-x=\frac{x}{4}-9$$

a) 10 b) 11
c) 12 d) 14
e) 16

13) Hallar el valor de "x" en:

$$3+\frac{3x}{7}-\frac{2x}{15}=\frac{x}{3}+\frac{13}{3}$$

a) -15 b) -25
c) -35 d) -45
e) -55

14) Hallar "x" en

$$\frac{x+3}{4}-\frac{x-1}{2}=\frac{x}{6}+1$$

a) 1/5 b) 2/5
c) 3/5 d) 4/5
e) 1

15) Hallar "x"

$$\frac{6}{x^2+2x-3}+\frac{3}{x-1}=7-\frac{7x}{x+3}$$

a) 1 b) 2
c) 3 d) 4
e) 5

TEMA: MÍNIMO COMÚN NULTIPLO y MÁXIMO COMÚN DIVISOR

MÁXIMO COMÚN DIVISOR (M.C.D)

Para calcular el M.C.D de dos o más expresiones, se factorizan estas y el M.C.D estará formado por los factores comunes, elevados a su menor exponente,

Ejemplo 1:

Hallar el M.C.D de: $24a^2b$; $18a^3bx$; $30a^4bx^2$

Resolución:

24	18	30	2	
12	9	15	3	⇨ M.C.D = $6a^2b$ ← menor exponente = 1
4	3	5	2 . 3 = 6	↳ menor exponente = 2

Ejemplo 2:

Hallar el M.C.D de: $72x^3y^4z^4$; $96x^2y^2z^3$; $120x^4y^5z^7$

Resolución:

72	96	120		
				⇨ M.C.D

MÍNIMO COMÚN MULTIPLO (M.C.M)

Para calcular el M.C.M de dos o más expresiones se factorizan estas y el M.C.M se formará con los factores comunes y no comunes con su mayor exponente.

Ejemplo 1:

Hallar el M.C.M de $72x^3y^4z^4$; $96x^2y^2x^3$; $120x^4y^5z^7$

Resolución

72	96	120	2
36	48	60	2
18	24	30	2
9	12	15	2
9	6	15	2
9	3	15	3
3	1	5	3
1	1	5	5
1	1	1	

⇨ $\text{M.C.M} = 1440\, x^4\ y^5\ z^7$

mayor exponente 7

mayor exponente 5

mayor exponente 4

$\text{M.C.M} = 2^5 \,.\, 3^2 \,.\, 5 = 1440$

Ejemplo 2:

Hallar el M.C.M de: $48a^3bc^4$; $108a^2b^2c^3$; $18a^4b^3c^2$

48	108	18	

M.C.M =

M.C.M =

PROBLEMAS PARA LA CLASE

01) Hallar el M.C.D de:

$P(x\,;\,y) = x^2 - xy$
$Q(x\,;\,y) = 3x^2 - 3y^2$
$R(x\,;\,y) = xy - y^2$

02) Hallar el M.C.D de:

$P(x) = x^2 + x - 12$
$Q(x) = x^2 - 9$
$R(x) = x^2 - 4x + 3$

03) Hallar el M.C.D de:

$A(x) = 12(x - 2)^2$
$B(x) = 6(x^3 - 8)$
$C(x) = 15x^2 - 60$

04) Hallar el M.C.D de:

$2a \quad ; \quad 4ab$

05) Hallar el M.C.D de:

$x^2 \quad ; \quad 3ax$

06) Hallar el M.C.D de:

$xy \quad ; \quad x^2y^2$

07) Hallar el M.C.D de:

$3a^3b^3 \quad ; \quad 5a^2bx \quad ; \quad 4ab^2z$

08) Hallar el M.C.D de:

$P(x) = 3x + 6$
$Q(x) = x^2 - 4$
$R(x) = (x + 2)^2$

09) Hallar el M.C.D de los siguientes polinomios.

$N(x) = x^2 - y^2$
$M(x) = 2x^2 - 2xy$
$O(x) = 3xy - 3y^2$

10) Hallar el M.C.D de:

$P(x) = x^2 + 4x + 3$
$Q(x) = x^2 - 1$
$R(x) = x^2 + 5x + 4$

11) Hallar el M.C.M de:

$x^2 \quad ; \quad 2xy$

12) Hallar el M.C.M de:

$3ax \quad ; \quad 2x^2$

13) Hallar el M.C.M de:

$6a^2b$; $8ab^2$; $12abx$

14) Hallar el M.C.M de:

$18x^2$; $4ab - 2a$; $9a^2x$

15) Hallar el M.C.M de los siguientes polinomios

$P(x) = a^2 + 2ab + b^2$
$Q(x) = a^2 - 2ab + b^2$
$R(x) = a^2 - b^2$

16) Hallar el M.C.M de los siguientes polinomios:

$P(x) = x^2 + 5x + 6$
$Q(x) = x^2 + x - z$
$R(x) = x^2 + 3x + 2$

17) Hallar el M.C.M. de:

$P(x) = 3x^2 (27 + a^3)$
$Q(x) = 6x(9 - a^2)$
$R(x) = x^3(9 - 3a + a^2)$

18) Hallar el M.C.M de:

$P = a^3 - 8$
$Q = a^2 - 4$
$R = a^2 + 2a + 4$

19) Hallar el M.C.M de:

$P(x) = x^2 - 4$
$Q(x) = x^2 + 2x + 4$

20) Hallar el M.C.M de:

$P(x) = x^2 - 16$
$Q(x) = x^2 + x - 12$

Ninguno puede ser
feliz si no se
aprecia a sí mismo

Jean Jacques Rousseau

PROBLEMAS PARA LA CASA

01) Hallar el M.C.D de:

$P = a^2x^3b$
$Q = a^5x^4y$
$R = a^4b^2x^3$

a) a^2x b) a^2x^3
c) ax^2 d) a
e) 1

02) Hallar el M.C.D de:

$P = 3x^3y$
$Q = 5x^2y^2$
$R = 2abxy$

a) x^2y b) xy^2
c) xy d) x
e) y

03) El M.C.D de los siguientes monomios es:

$P(x ; y ; z) = 28x^2y$
$Q(x ; y ; z) = 42x^3y$
$R(x ; y ; z) = 14x^4y^3$

a) $14y^2$ b) $14z^2$
c) $14z$ d) $14x^2$
e) 14

04) Hallar el M.C.D de:

$P(x) = (x + 2)^2$
$Q(x) = (4 - x^2)$
$R(x) = (x^2 + x – 2)$

a) $x - 2$ b) $x + 2$
c) $x + 1$ d) $x - 1$
e) $x + 4$

05) El M.C.D de los siguientes polinomios es:

$P(x) = x^2 + 7x + 12$
$Q(x) = x^2 + x – 6$
$R(x) = x^2 – 2x – 15$

a) $x + 4$ b) $x - 2$
c) $x - 5$ d) $x + 3$
e) $x - 1$

06) Hallar el M.C.D de los siguientes polinomios

$A(x) = x^2 – 16$
$B(x)\ 2(x + 4)$
$C(x) = x^2 + 8x + 16$

a) $x - 4$ b) $x + 2$
c) $x + 4$ d) $x - 3$
e) $x - 2$

07) Hallar el M.C.D de:

$P(x) = x^2 + ax - bx - ab$
$Q(x) = x^2 + ax + bx + ab$
$R(x) = x^2 + ax - xc + ac$

a) $x + a$ b) $x - a$
c) $x - c$ d) $x + b$
e) $x + c$

08) Hallar el M.C.M de los siguientes monomios

$36x^3y^2$; $24x^2y^5$; $28x^4y^3$

a) $257x^4y^5$ b) $504x^4y^5$
c) $24x^2y^5$ d) $28x$
e) 1

09) Hallar el M.C.M de los siguientes polinomios:

$P(x) = x^2 - 4$
$Q(x) = x^2 - 9$
$R(x) = x^2 - 16$

Dar como respuesta el V.N. del M.C.M para x = 1

a) 360 b) 180
c) -360 d) 240
e) -120

10) Hallar el M.C.M de:

$P(x) = (x + 3)^2 (x - 1)$
$Q(x) = (x - 1)^2 (x + 3)$

a) $(x + 3)^2 (x + 1)$
b) $(x + 3) (x + 1)^2$
c) $(x + 3)^2 (x - 1)$
d) $(x + 3) (x - 1)^2$
e) $(x + 3)^2 (x - 1)^2$

11) Hallar el M.C.M de:

$P(x) = x + 1$
$Q(x) = x - 1$

a) $x + 1$ b) $x - 1$
c) $x^2 + 1$ d) $x^2 - 1$
e) 1

12) Hallar el M.C.M de:

$A(x) = x - 4$
$B(x) = x + 4$
$C(x) = x^2 - 16$

a) $(x - 4)^2 (x + 4)^2$
b) $(x - 4)(x + 4)$
c) $(x + 4)^2$
d) $(x - 4)^2$
e) $(x^2 - 4)$

13) Hallar el M.C.M de:

$P(x) = x^2 - 1$

$Q(x) = x^2 - 2x + 1$

$R(x) = x^2 + 2x + 1$

a) $(x^2 - 1)^2$ b) $(x^2 + 1)^2$

c) $(x^2 - 2)^2$ d) $(x - 1)^2$

e) $(x + 1)^2$

14) Hallar el M.C.M de:

$A(x) = ab + ax + bx + x^2$

$B(x) = a + x$

a) $(a + x)(b + x)$

b) $(a + x)(b - x)$

c) $(a - x)(b + x)$

d) $(a - x)$

e) $(b - x)$

15) Hallar el M.C.M de:

$P(x) = x^2 + 2x + 1$

$Q(x) = x^2 + 6x + 9$

$R(x) = x^2 + 4x + 4$

a) $[(x + 1)(x + 2)(x + 3)]^2$

b) $[(x + 1)(x + 2)]^2$

c) $[(x + 1)(x + 3)]^2$

d) $[(x + 2)(x + 5)]^2$

e) $[(x + 1)^3$

Si nunca abandonas lo que es importante para ti, si te importa tanto que estas dispuesto a luchar para obtenerlo, te aseguro que tu vida estará llena de éxito. Será una vida dura, porque la excelencia no es fácil pero valdrá la pena..

R. Bach

TEMA: FRACCIONES ALGEBRAICAS

Fracción algebraica.- Es toda expresión de la forma:

$$\frac{P_{(X)}}{Q_{(X)}} \quad \begin{matrix} \longleftarrow \text{Numerador} \\ \longleftarrow \text{Denominador} \end{matrix}$$

Donde Q(x) ≠ 0

Simplificación de Fracciones algebraicas

Una fracción algebraica es reducible (se puede simplificar) si su numerador y su denominador se pueden dividir por un mismo factor.

Ejemplo: 1

$$\frac{36x^3y^6}{24xy^8} = \frac{3x\cancel{12}\cancel{x}.x^2\cancel{y^6}}{2x\cancel{12}\cancel{x}\cancel{y^6}.y^2} = \frac{3x^2}{2y^2} = \frac{3x^2}{2y^2}$$

Ejemplo: 2

$$\frac{7ab^4c^5}{21a^3bc^7} = \underline{\qquad\qquad\qquad} = \underline{\qquad\qquad}$$

Ejemplo: 3

$$\frac{4x-12y}{2x-6y} = \frac{4\cancel{(x-3y)}}{2\cancel{(x-3y)}} = \frac{4}{2} = 2$$

Ejemplo: 4

$$\frac{x^2-x-12}{x^2-16} = \underline{\qquad\qquad\qquad} = \underline{\qquad\qquad}$$

PROBLEMAS PARA LA CLASE

01) Simplificar la siguiente fracción

$$P = \frac{20x^3y^4}{15xy^6}$$

02) Al simplificar la siguiente fracción

$$N = \frac{42ab^4c^7}{21a^3b^2c^9}$$

03) Al simplificar la siguiente fracción

$$Q = \frac{x^2 + 4x + 4}{x + 2}$$

Se obtiene:

04) Al simplificar la siguiente fracción

$$R = \frac{x^2 - 6x + 8}{x - 4}$$

05) Simplificar

$$N = \frac{x^2 - 9}{x^2 - x - 6}$$

06) Hallar el valor numérico de:

$$Q = \frac{x^2 + 6x + 9}{x + 3}$$

Para x = -3

07) Cual es el valor de:

$$N = \frac{x^2 + 5x + 6}{x + 2}$$

Para x = -2

08) Simplificar

$$N = \frac{(x^2 - 81)3x}{3x^2 + 27x}$$

09) Simplificar

$$Q = \frac{x^2 + x - 6}{x^2 + 8x + 15}$$

10) Simplificar

$$Z = \frac{3x^2y^3 + 9xy^4}{21x^3y^4}$$

11) Sumar las siguientes fracciones

$$N = \frac{2x+3}{x+1} \qquad M = \frac{x}{x+1}$$

12) Sumar las siguientes fracciones

$$P = \frac{x+1}{3x} \qquad Q = \frac{x-1}{2x}$$

13) Multiplicar las fracciones

$$A = \frac{x^2+18x+15}{x^2-x+6},$$

$$B = \frac{x^2+3x-18}{x^2+3x-10}$$

14) Dividir las fracciones

$$N = \frac{x^2+x-6}{x^2+x-30} \text{ Entre}$$

$$M = \frac{x^2-x+12}{x^2+5x-6}$$

15) Simplificar

$$P = \frac{1}{1+\frac{x}{2}}$$

16) Simplificar

$$Q = \frac{1-\frac{x}{2}}{1-\frac{x^2}{4}}$$

17) Simplificar

$$R = \frac{x-\frac{2}{x}}{\frac{2}{x}+x}$$

18) Simplificar

$$Q = \frac{1}{1+\frac{1}{1+x}}$$

19) Simplificar

$$N = 2+\frac{2}{2+\frac{2}{x-1}}$$

20) Simplificar

$$Q = \left[x+\frac{1}{1+\frac{1}{x}}\right](x+1)$$

PROBLEMAS PARA LA CASA

01) Simplificar

$$R = \frac{40x^6y^8}{25x^2y^3}$$

a) $\frac{8x^4}{y^5}$ b) $\frac{8x^4}{5y^5}$

c) $\frac{8x^3}{5y^3}$ d) $\frac{x^3}{y^5}$

e) $\frac{5x^4}{8y^5}$

02) Simplificar la siguiente fracción

$$\frac{x^2+4x-12}{x^2-4x+4}$$

a) -3 b) $\frac{-5}{3}$

c) $\frac{x+6}{x-2}$ d) $\frac{x-6}{x+2}$

e) Es irreductible

03) La expresión

$$\frac{x+y}{3} - \frac{x-6}{6}$$

Equivale

a) $\frac{x}{6} + \frac{y}{2}$ b) $\frac{x+y}{6}$

c) $\frac{x-y}{6}$ d) $\frac{2x+3y}{3}$

d) $\frac{2x-3y}{2}$

04) Simplificar

$$Q = \frac{x^2-x-12}{x^2-2x-15}$$

a) $\frac{x+4}{x+3}$ b) $\frac{x+4}{x-5}$

c) $\frac{x-4}{x-5}$ d) $\frac{x-4}{x+4}$

e) $\frac{x+5}{x-5}$

05) Al simplificar

$$N = \frac{x^2-4}{x^2+x-2}$$

a) $\frac{x-1}{x-2}$ b) $\frac{x-2}{x-1}$

c) $\frac{x+2}{x+1}$ d) $\frac{x+1}{x+2}$

e) $(x-2)$

06) Al sumar las fracciones algebraicas

$$P = \frac{x}{x+2} \qquad Q = \frac{2}{x+2}$$

Queda:

b) x + 2 b) 2

c) -1 d) x - 2

e) 1

07) Al sumar las siguientes fracciones

$$M = \frac{4}{2-x} \qquad N = \frac{x^2}{x-2}$$

Quedará:

c) x + 2 b) x - 1

c) x -2 d) x

e) 1

08) Multiplicar las siguientes fracciones

$$P = \frac{x^2+4x+3}{x^2-3x+2}$$

$$Q = \frac{x^2-x-2}{x^2+2x-3}$$

Quedará:

A) $\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$ b) $\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2$

c) $\left(\frac{x+1}{x}\right)^2$ d) $\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2$

e) $\left(\frac{x}{x+1}\right)^2$

09) Al dividir las siguientes fracciones algebraicas

$$R = \frac{x^2+6x-7}{x^2-6x-16}$$

Entre

$$S = \frac{x^2-8x+7}{x^2-11x+24}$$

Quedará:

a) $\frac{x^2-4x+3}{x^2+3x+2}$

b) $\frac{x^2-4x-3}{x^2+3x+2}$

c) $\frac{x^2-3x+4}{x^2-x+1}$

d) $\frac{x^2-3x}{x+1}$

e) $\frac{x^2-5}{x+2}$

10) Simplificar

$$N = \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}}$$

Queda:

a) x - 1 b) x - 1
c) x -2 d) x
e) 1

11) Simplificar

$$P = \frac{a + \frac{1}{a - \frac{1}{a}}}{a - \frac{1}{a + \frac{1}{a}}}$$

a) $\frac{a^2 - 1}{a^2 + 1}$ b) $\frac{a^2 + 2}{a^2 - 2}$

c) $\frac{a^2 + 1}{a^2 - 1}$ d) $\frac{a^2 - 4}{a^2 + 4}$

e) a^2

12) Simplificar

$$P = \left(\frac{1}{1 - x} - \frac{1}{1 + x}\right)\left(\frac{1 - x^2}{2x}\right)$$

a) $1 - x^2$ b) $x^2 - 1$
c) x - 1 d) x
e) 1

13) Simplificar

$$Q = \left(\frac{1}{x + 1} + \frac{2}{x - 1}\right)\left(\frac{x^2 - 1}{3x - 1}\right)$$

a) x + 1 b) $x^2 - 1$

c) x d) $\frac{1}{x}$

e) 1

14) Simplificar

$$N = \left(\frac{1 - \frac{1}{a}}{1 + \frac{1}{a}}\right) \cdot \frac{(a + 1)}{(a - 1)}$$

a) $\frac{a + 1}{a - 1}$ b) a + 1

c) a d) $\frac{1}{a}$

e) 1

15) Simplificar

$$P = \left(\frac{\frac{a - x}{b}}{\frac{b - x}{a}}\right) \cdot \frac{b}{a}$$

a) $\frac{a - x}{a + x}$ b) $\frac{a - x}{b - x}$

c) $\frac{b - x}{a - x}$ d) $\frac{x}{b}$

e) $\frac{x}{a}$

TEMA: RADICACIÓN

Sabemos que la raíz n-esima de x; denotado por $\sqrt[n]{x}$ es el numero “r” si se cumple que $r^n = x$

$$\boxed{\sqrt[n]{x} = r \Rightarrow r^n = x}$$

Clasificación Considerando su Naturaleza

1) Racionales: Son aquellos en los cuales las raíces son exactas.

Ejemplos:

1) $\sqrt{9x^2} = 3x$
2) $\sqrt[3]{8x^3} = 2x$

02) Irracionales: Son aquellos en los cuales las raíces son inexactas.

Ejemplos:

1) $\sqrt{7x}$
2) $\sqrt[3]{14x^2}$

03) Reales: Son aquellas cuyas raíces son pares y los subradicales son positivos.

Ejemplos:

1) $\sqrt{33}$
2) $\sqrt[4]{14x^2}$

04) Imaginarios: Son aquellos en los cuales los índices son números pares y cuyos subradicales son negativos.

Ejemplos:

1) $\sqrt{-4x^2}$
2) $\sqrt[4]{-9x^8}$

Clasificación Considerando su Especie

1) Homogéneos: Son aquellos radicales que tiene el mismo índice.

Ejemplos:

1) $3\sqrt{5y}$ y $7\sqrt{8z}$
2) $9a^3\sqrt[3]{x^2y}$ y $2b^3\sqrt[3]{z}$

2) **Heterogéneos:** Son aquellos radicales que tiene distinto índice

Ejemplos:

1) $3ab\sqrt[3]{xy}$ y $5a\sqrt[4]{xy}$
2) $\sqrt[3]{x}$ y $\sqrt[2]{y}$

3) **Semejantes:** Dos o mas radicales son semejantes si tienen el mismo índice y la misma parte subradical, solo se diferencian por los coeficientes.

Ejemplos:

1) $3ab\sqrt[3]{2x}$ y $-5m\sqrt[3]{2x}$
2) $x^2\sqrt{4b^2}$ y $\frac{1}{3}\sqrt{4b^2}$

Introducción de Factores dentro del Signo Radical.

Para la introducir un factor bajo un signo radical se escribe dicho factor elevado a la potencia igual al índice de la raíz y el resultado se multiplica por el radicando.

Ejemplos:

1) $3ab\sqrt{2ax} = \sqrt{2ax(3ab)^2} = \sqrt{18a^3b^2x}$

2) $2a\sqrt[3]{3ab} = \sqrt[3]{3ab(2a)^3} = \sqrt[3]{24a^4b}$

Reducción de Radicales al Común Índice

Para reducir 2 o mas radicales al índice común, se halla primero el M. C. M. de los índices, este resultado es el índice común, luego se divide este valor entre el índice de cada radical y el cociente se multiplica por el exponente del subradical.

Ejemplo:

1) Reducir a común índice $\sqrt{x^3};\sqrt[3]{y^2};\sqrt[5]{z^3}$

Resolución:

El M. C. M. de los índices es 30.

Luego:

- $\sqrt{x^3} \Rightarrow \boxed{30 \div 2 = 15} \Rightarrow \sqrt[30]{\left(x^3\right)^{15}} = \sqrt[30]{x^{45}}$
- $\sqrt[3]{y^2} \Rightarrow \boxed{30 \div 3 = 10} \Rightarrow \sqrt[30]{\left(y^2\right)^{10}} = \sqrt[30]{y^{20}}$
- $\sqrt[3]{y^2} \Rightarrow \boxed{30 \div 5 = 6} \Rightarrow \sqrt[30]{\left(z^3\right)^{15}} = \sqrt[30]{z^{18}}$

Simplificación de Radicales

Simplificar un radical es reducirlo a su mínima expresión, dividiendo en índice del radical y los exponentes del subradical entre un mismo número por medio del M. D. D. de ellos.

Ejemplo:

1) Simplificar el radical:

$$\sqrt[10]{x^{15}}$$

Resolución:

El M. C. D. de 10 y 15 es 5.

Luego: $\sqrt[10]{x^{15}} = \sqrt[10\div 5]{x^{15\div 5}} = \sqrt[2]{x^{3}}$

PROBLEMAS PARA LA CLASE

01) Efectuar:

$$\sqrt{81a^4b^2}$$

02) Efectuar:

$$\sqrt[3]{-\frac{1}{8}x^6y^3}$$

03) Extraer los factores fuera del radical

$$\sqrt{48x^5y^3}$$

04) Extraer la raíz

N = $\sqrt{25x^8y^4}$

05) Extraer la raíz de:

P = $\sqrt[3]{64x^{12}}$

06) Simplificar

N = $\sqrt{6x^6y - x^6}$

07) Simplificar

N = $\sqrt{a^2b^4x + a^2b^4y}$

08) Simplificar

Q = $\sqrt{25a^3b^3 - 100a^2b^2x}$

09) Simplificar

Q = $\sqrt{(x+a)^2(x-a)^2}$

10) Introducir el coeficiente en:

P = $3x^2\sqrt{2a}$

11) Introducir dentro del sub radical en:

Q = $\dfrac{a+b}{a-b}\sqrt{\dfrac{a-b}{a+b}}$

12) Simplificar

R = $\dfrac{2}{x+4}\sqrt{\dfrac{x^2-y^2}{4}}$

13) Reducir a índice común

$\sqrt{3a}$; $\sqrt[3]{5a}$; $\sqrt[4]{a^2}$

Dar como respuesta el número mayor

14) Reducir a índice común

$\sqrt[4]{ab^2}$; $\sqrt[3]{2a^2b}$; $\sqrt[6]{5a}$

15) Simplificar

N = $\sqrt{3ax^2 + 30ax + 75a}$

16) Indique los radicales homogéneos en:

$a\sqrt[5]{3x^2}$;

$\sqrt[6]{3ab}$;

$2x\sqrt{(a-1)^2}$;

$a\sqrt{10x}$;

$\sqrt[5]{a^3b^2}$;

$3ay\sqrt[6]{-5b^2}$

17) Simplificar

N = $\dfrac{a}{2b} \cdot \sqrt{\dfrac{8b}{3a}}$

18) Simplificar

P = $\dfrac{5}{x}\sqrt{\dfrac{5}{x}}$

19) Que numero falta en el cuadradito

$\sqrt[3]{x^8} = \sqrt[6]{x^{\square}}$

20) Que número falta en el cuadrado

$\sqrt[16]{x^6} = \sqrt[\square]{x^3}$

"Los problemas son parte de la vida, y si no los compartes, no das a la persona que amas suficiente oportunidad de amarte lo suficiente"

Dinha Shore

PROBLEMAS PARA LA CASA

01) Efectuar:

$$Q=\sqrt{25x^8y^4}+\sqrt{16x^8y^4}$$

a) 9 b) $9x^4y^2$

c) $9x^2y^4$ d) 9xy

e) 9x

02) Efectuar

$$R=\sqrt[3]{-\frac{1}{125}x^6y^{12}}$$

a) $-\frac{1}{5}x$ b) $-\frac{1}{5}x^2$

c) $-\frac{1}{5}x^2y^4$ d) $-\frac{1}{5}$

e) $\frac{1}{5}x^2y^4$

03) Después de extraer los factores fuera del radical en.

$$Q=\sqrt[3]{54x^4y^5}$$

Nos queda:

a) $3xy\sqrt[3]{2xy^2}$ b) $2xy\sqrt[3]{2xy}$

c) $5xy\sqrt[3]{xy}$ d) $3x^2y^2\sqrt[3]{3xy}$

e) $3x^3y^3\sqrt[3]{2xy}$

04) Luego de introducir los coeficientes, dentro del signo del radical:

$$Q=3x^2\sqrt{2a}$$

Queda

a) $\sqrt{18x^4a}$ b) $\sqrt{18x^2a}$

c) $\sqrt{18x^5a}$ d) $\sqrt{18x^6a}$

e) $\sqrt{18x^8a}$

05) Simplificar

$$N=\frac{a+1}{a-1}\sqrt[3]{\frac{a-1}{a+1}}$$

a) $\sqrt[3]{\left(\frac{a+1}{a-1}\right)^2}$ b) $\sqrt[3]{\frac{a+1}{a-1}}$

c) $\sqrt[3]{\left(\frac{a+1}{a-1}\right)^3}$ d) $\sqrt[3]{\left(\frac{a-1}{a+1}\right)^2}$

e) $\sqrt[3]{\left(\frac{a+1}{a}\right)}$

06) Simplificar

$$N = \frac{x+y}{x-y}\sqrt{\frac{x-y}{x+y}}$$

Queda:

a) $\sqrt{\frac{x+y}{x-y}}$ b) $\sqrt{\frac{x-y}{x+y}}$

c) $\sqrt{\frac{x}{x-y}}$ d) $\sqrt{\frac{x+y}{x}}$

e) $\sqrt{\frac{x}{y}}$

07) Simplificar

$$P = \frac{1}{a-b}\sqrt{a^2-b^2}$$

a) $\sqrt{\frac{a+b}{a}}$ b) $\sqrt{\frac{a-b}{a+b}}$

c) $\sqrt{\frac{a}{a-b}}$ d) $\sqrt{\frac{a+b}{a-b}}$

e) $\sqrt{\frac{a}{b}}$

08) Simplificar

$$N = \sqrt{4a^2+12a+9}$$

a) 2a – 3 b) 2a + 4

c) 2a + 3 d) 2a - 5

e) 2a + 5

09) Simplificar

$$N = \sqrt{18a^2+24a+8}$$

a) $(3a+2)\sqrt{2}$ b) $(3a+2)\sqrt{3}$

c) $(3a+2)\sqrt{5}$ d) $(3a+2)\sqrt{6}$

e) $(3a+2)\sqrt{8}$

10) Simplificar

$$N = \sqrt{1-10x+25x^2}$$

a) 1+ 5x b) 1- 5x

c) 5x+1 d) 5x – 1

e) 5x

11) Simplificar

$$N = \sqrt[3]{64b^{10}+128ab^9}$$

Si $b^3\ \sqrt[3]{b+2a}$ = n

a) 2n
B) 3n
c) 4n
d) 5n
e) 6n

12) Simplificar

$$N=\sqrt{45x^4-27x^5y}$$

Si $x^2\sqrt{5-3xy}=P$

a) P
b) 2P
c) 3P
d) 4P
e) 5P

13) Simplificar

$$N=\sqrt[3]{686x^8y^{10}}$$

a) $7x^2y^3\sqrt[3]{2x^2y}$

b) $7xy\sqrt{2xy}$

c) $7xy\sqrt[3]{xy}$

d) $7xy\sqrt{5xy^2}$

e) $7xy\sqrt[3]{y}$

14) Que numero falta en el cuadradito

$$\sqrt[12]{x^{12}}=\square\sqrt[\square]{x^4}$$

a) 6
b) 7
c) 8
d)9
e) 10

15) Que numero falta en el cuadradito

$$\sqrt[12]{y^{16}}=\sqrt[3]{y^{\square}}$$

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

TEMA:

TRANSFORMACIÓN DE RADICALES DOBLES A SIMPLES

No todo radical doble podrá transformarse a una suma o resta de radicales sencillos, podrá hacerse con aquellos que cumplan ciertas condiciones o requisitos.

Radicales de la forma. $\sqrt{A \pm \sqrt{B}}$

Formula General

$$\boxed{\sqrt{A \pm \sqrt{B}} = \sqrt{\frac{A+C}{2}} \pm \sqrt{\frac{A-C}{2}}}$$

$$\boxed{C = \sqrt{A^2 - B}}$$

Ejemplo:

Transformar a radicales simples:

$$\sqrt{8+2\sqrt{7}}$$

Calculamos C:

$$\mathrm{C} = \sqrt{8^2 - \left(2\sqrt{7}\right)^2} \sqrt{64-28} = \sqrt{36} = 6$$

Luego:

$$\sqrt{8+2\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{8+6}{2}} + \sqrt{\frac{8-6}{2}} = \sqrt{7} + 1$$

PROBLEMAS PARA LA CLASE

01) **Trasformar a radicales simples.**

$$\sqrt{9+4\sqrt{5}}$$

02) **Trasformar a radicales simples.**

$$\sqrt{7+4\sqrt{3}}$$

03) **Trasformar :**

$$\sqrt{13-\sqrt{48}}$$

04) **Trasformar :**

$$\sqrt{9-4\sqrt{5}}$$

05) **Trasformar :**

$$\sqrt{2+\sqrt{3}}$$

06) **Trasformar :**

$$\sqrt{15-10\sqrt{2}}$$

07) **Trasformar :**

$$\sqrt{7-2\sqrt{10}}$$

08) **Trasformar :**

$$\sqrt{3-\sqrt{5}}$$

09) **Trasformar :**

$$\sqrt{12+8\sqrt{2}}$$

10) **Trasformar :**

$$\sqrt{13-4\sqrt{3}}$$

11) **Simplificar :**

$$N=\sqrt{9+\sqrt{80}}-\sqrt{7+\sqrt{48}}$$

12) **Trasformar :**

$$\sqrt{11-4\sqrt{7}}$$

13) Trasformar :

$$\sqrt{6+\sqrt{5}}$$

14) Trasformar :

$$\sqrt{6-2\sqrt{5}}$$

15) Trasformar :

$$\sqrt{13+2\sqrt{42}}$$

16) Trasformar :

$$\sqrt{9+4\sqrt{2}}$$

17) Trasformar :

$$\sqrt{12+6\sqrt{3}}$$

18) Trasformar :

$$\sqrt{30+10\sqrt{5}}$$

19) Trasformar :

$$\sqrt{56+14\sqrt{7}}$$

20) Trasformar :

$$\sqrt{42+12\sqrt{6}}$$

"Hay una primavera que no vuelve jamás y otra que es eterna; la primera es la juventud del cuerpo, la segunda es la juventud del alma"

C.A. Torres

PROBLEMAS PARA LA CASA

01) Transformar:

$$\sqrt{9-4\sqrt{5}}$$

a) $\sqrt{5}+2$ b) $\sqrt{5}-2$
c) $\sqrt{5}-1$ d) $\sqrt{5}+1$
e) $\sqrt{5}+3$

02) Simplificar:

$$N=\sqrt{7-4\sqrt{3}}+\sqrt{3}$$

a) 2 b) 3
c) $\sqrt{3}$ d) $2\sqrt{3}$
e) $2-\sqrt{3}$

03) Simplificar:

$$N=\sqrt{13-\sqrt{48}}-2\sqrt{3}$$

a) 1 B) $2\sqrt{3}$
c) -1 d) $\sqrt{3}+1$
e) 0

04) Simplificar:

$$P=\sqrt{9-4\sqrt{5}}-\sqrt{5}+2$$

a) 2 b) 1
c) 0 d) 5
e) $\sqrt{5}$

05) Simplificar:

$$P=\frac{\sqrt{6+\sqrt{5}}}{\dfrac{\sqrt{7-\sqrt{5}}}{\sqrt{2}}}$$

a) 2 b) 3
c) 1 d) -1
e) 4

06) Simplificar:

$$Q=\frac{\sqrt{9+\sqrt{80}}-\sqrt{7-\sqrt{48}}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$$

a) 3 b) 5
c) 1 d) 6
e) 0

07) Simplificar:

$$Q = 2\sqrt{2} - \sqrt{12+8\sqrt{2}}$$

a) -4
b) -3
c) -1
d) 0
e) -2

08) Simplificar:

$$Q = \sqrt{5} - \sqrt{7-2\sqrt{10}}$$

a) 5
b) $\sqrt{5}$
c) 1
d) $\sqrt{2}$
e) $\sqrt{3}$

09) Simplificar:

$$\tilde{N} = 1 + \sqrt{6-2\sqrt{5}}$$

a) $\sqrt{2}$
b) $\sqrt{3}$
c) $\sqrt{5}$
d) $\sqrt{7}$
e) $\sqrt{11}$

10) Simplificar:

$$S = \sqrt{12+6\sqrt{3}} - \sqrt{3}$$

a) -1
b) 0
c) 1
d) 2
e) 3

11) Simplificar:

$$Q = \sqrt{9+4\sqrt{2}} - \left(\sqrt{6}+\sqrt{3}\right)$$

a) 9
b) 6
c) 0
d) 1
e) 5

12) Simplificar:

$$Q = \sqrt{11+4\sqrt{7}} - \sqrt{7}$$

a) 5
b) 3
c) 1
d) 0
e) 2

13) Simplificar:

$$Q = \left[\sqrt{2+\sqrt{3}}\right]\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}+1}\right)$$

a) 5
b) $\sqrt{3}$
c) $\sqrt{2}$
d) 1
e) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

14) Simplificar:

$$N = \frac{\sqrt{12+6\sqrt{3}}}{3+\sqrt{3}}$$

a) 2
b) 1
c) 3
d) 4
e) $\sqrt{2}$

15) Simplificar:

$$Q = \sqrt{6-2\sqrt{5}} + 1$$

a) $\sqrt{2}$
b) $\sqrt{3}$
c) $\sqrt{5}$
d) $\sqrt{7}$
e) $\sqrt{11}$

TEMA: RACIONALIZACIÓN

Denominamos fracción irracional, a aquellas que tienen en el denominador uno o mas radicales. Racionalizar una fracción es trasformarla en otra equivalente, eliminando los radicales del denominador.

Factor Racionalizante (F. R). es otra expresión irracional que multiplicada por el numerador y denominador de una fracción permite que uno de estos (El denominador) se transforme en una expresión racional.

Ejemplo:

- Dado $\frac{7}{\sqrt{5}}$ El factor racionalizante es $\sqrt{5}$, luego:

$$\frac{7 \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{7\sqrt{5}}{5}$$

Casos que se presentan:

A) Que el denominador tenga un solo término.

1) Cuando el denominador es una raíz cuadrada basta multiplicar los dos términos de la fracción por dicha raíz.

Ejemplo: $$\frac{3a}{2\sqrt{x}} = \frac{3a}{2\sqrt{x}} \times \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \frac{3a\sqrt{x}}{2x}$$

2) Cuando el denominador presenta radicales de cualquier índice con radicandos monomios, el factor racionalizante estará expresado por otro radical de igual índice pero cuyo radicando, tendrá los mismos factores, cuyos exponentes se determinan restando el índice de la raíz con el exponente original

Ejemplo:

Racionalizar: $\dfrac{4}{\sqrt[5]{x^2y^3}}$

Hallamos el factor racionalizante de la siguiente manera:

$$\sqrt[5]{x^2y^3} \Rightarrow F.R. = \sqrt[5]{x^{5-2}\cdot y^{5-3}} = \sqrt[5]{x^3y^2}$$

Luego:

$$\frac{4}{\sqrt[5]{x^2y^3}} = \frac{4\cdot\sqrt[5]{x^3y^2}}{\sqrt[5]{x^2y^3}\cdot\sqrt[5]{x^3y^2}} = \frac{4\sqrt[5]{x^3y^2}}{x.y}$$

"Nadie debe avergonzarse por preguntar lo que no sabe"

Máxima Oriental

PROBLEMAS PARA LA CLASE

01) **Racionalizar:**

$$\frac{2}{\sqrt{3}}$$

Rpta.:

02) **Racionalizar:**

$$\frac{1}{\sqrt{2}}$$

Rpta.:

03) **Racionalizar:**

$$\frac{4}{\sqrt{5}}$$

Rpta.:

04) **Racionalizar:**

$$\frac{x+3}{\sqrt{2}}$$

Rpta.:

05) **Racionalizar:**

$$\frac{3}{\sqrt{5}}$$

Rpta.:

06) **Racionalizar:**

$$\frac{9}{2\sqrt{3}}$$

Rpta.:

07) **Racionalizar:**

$$\frac{12}{5\sqrt{6}}$$

Rpta.:

08) **Racionalizar:**

$$\frac{4}{11\sqrt{2}}$$

Rpta.:

09) **Racionalizar:**

$$\frac{2}{3\sqrt{x}}$$

Rpta.:

10) **Racionalizar:**

$$\frac{3ab}{5x\sqrt{2a}}$$

Rpta.:

11) **Racionalizar:**

$$\frac{3}{\sqrt[3]{4}}$$

Rpta.:

12) **Racionalizar:**

$$\frac{5}{\sqrt[5]{x^2}}$$

Rpta.:

13) **Racionalizar:**

$$\frac{6}{\sqrt[5]{x^3y^2}}$$

Rpta.:

14) **Racionalizar:**

$$\frac{5}{\sqrt[6]{3^2}}$$

Rpta.:

15) **Racionalizar:**

$$\frac{1}{\sqrt[3]{\mathrm{x}}}$$

Rpta.:

16) **Racionalizar:**

$$\frac{2}{\sqrt[5]{x}}$$

Rpta.:

17) **Racionalizar:**

$$\frac{3}{\sqrt[10]{2^3}}$$

Rpta.:

18) **Racionalizar:**

$$\frac{1}{\sqrt[5]{2}}$$

Rpta.:

19) **Racionalizar:**

$$\frac{1}{\sqrt[6]{3}}$$

Rpta.:

20) **Racionalizar:**

$$\frac{11}{\sqrt[6]{11^4}}$$

Rpta.:

PROBLEMAS PARA LA CASA

01) **Efectuar:**

$$N = \frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{2\sqrt{3}}{2}$$

a) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ b) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

c) $4\sqrt{3}$ d) $\sqrt{3}$

e) $2\sqrt{3}$

02) **Simplificar:**

$$P = \frac{9}{\sqrt{3}} + \sqrt{3}$$

a) $5\sqrt{3}$ b) $4\sqrt{3}$

c) $\sqrt{3}$ d) 1

e) $2\sqrt{3}$

03) **Simplificar:**

$$Q = \frac{5}{\sqrt[6]{9}} - \frac{5\sqrt[6]{81}}{3}$$

a) 1 b) 0

c) -1 d) $\sqrt{81}$

e) 4

04) **Simplificar:**

$$N = \frac{3}{\sqrt[10]{8}} - \frac{3\sqrt[10]{128}}{2} + \sqrt{6}$$

a) $\sqrt{3}$ b) $\sqrt[10]{8}$

c) $\sqrt[10]{3}$ d) $\sqrt{6}$

e) 1

05) **Simplificar:**

$$\mathrm{M} = \left[\frac{4}{11\sqrt{2}} + \frac{2\sqrt{2}}{11}\right].11$$

a) $2\sqrt{2}$ b) $3\sqrt{3}$

c) $4\sqrt{2}$ d) $5\sqrt{2}$

e) 1

06) **Simplificar:**

$$Q = \frac{2x}{\sqrt[5]{x^2}}$$

a) $2\sqrt[5]{x^3}$ B) $2\sqrt[5]{x^2}$

c) $2\sqrt[5]{x^4}$ d) $\sqrt{x}$

e) $2\sqrt{x}$

07) **Simplificar:**

$$N=\left(\frac{1}{\sqrt[5]{2}}-\frac{\sqrt[5]{16}}{2}\right)^{31}$$

a) $\sqrt[5]{2}$ b) $\sqrt[5]{2^{31}}$

c) $\sqrt[5]{31}$ d) 0

e) 1

08) **Simplificar:**

$$N=\left(\frac{6}{\sqrt[5]{x^3y^2}}\right)\cdot xy$$

a) $\sqrt[5]{x^2y^3}$ b) $6\sqrt[5]{x^2y^3}$

c) $5\sqrt[5]{x^2y^2}$ d) $4\sqrt[3]{xy}$

e) $3\sqrt[5]{xy}$

09) **Simplificar:**

$$Q=\left(\frac{2}{\sqrt{5}}+\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)\cdot 5$$

a) 4   b) $\sqrt{5}$

c) $4\sqrt{5}$ d) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

e) 1

10) **Simplificar:**

$$Z=\left(\frac{2}{\sqrt{7}}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)21-7\sqrt{3}$$

a) $7\sqrt{3}$ b) $6\sqrt{7}$

c) $7\sqrt{6}$ d) $\sqrt{7}$

e) $7\sqrt{6}$

11) **Simplificar:**

$$Q=\left(\frac{6}{\sqrt{6}}+\frac{8}{\sqrt{8}}\right)^2-4\sqrt{3}$$

a) 7   b) 14

c) 21   d) 28

e) 1

12) Simplificar:

$$Z=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)6-2\sqrt{3}$$

a) $3\sqrt{3}$ b) $3\sqrt{2}$

c) $3\sqrt{5}$ d) $3\sqrt{2}-3$

e) $3-3\sqrt{2}$

13) Simplificar:

$$R=\left(\frac{7}{\sqrt{7}}+\frac{5}{\sqrt{5}}\right)^2-2\sqrt{35}$$

a) 9 b) 10

c) 11 d) 12

e) 13

14) Simplificar:

$$N=\left(\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{y}}\right)\cdot xy$$

a) $y\sqrt{x}+x\sqrt{y}$

b) $y\sqrt{y}+x\sqrt{x}$

c) $\sqrt{x}+\sqrt{y}$

d) $\sqrt{x}-\sqrt{y}$

e) $\sqrt[y]{x}+\sqrt[x]{y}$

15) Simplificar:

$$Q=\left(\frac{1}{\sqrt{7}}+\frac{1}{\sqrt{14}}\right)28$$

a) $4\sqrt{7}+2\sqrt{14}$

b) $2\sqrt{7}+\sqrt{14}$

c) $\sqrt{7}+\sqrt{14}$

d) $\sqrt{7}-\sqrt{14}$

e) 1

PROFUNDIZA TUS CONOCIMIENTOS

FACTORIZACION II

01) Factorizar:

$$x^2 - 16$$

e indica la suma de los T.I. de cada uno de sus factores.

a) 5 b) 4
c) 8 d) 0
e) 1

02) Factorizar la expresión:

$$N = (a+b)^2 - c^2$$

e indicar la suma de sus factores.

a) 2(a +b) b) 2c
c) 2(a + c) d) 2(b + d)
e) a + c

03) Factorizar e indicar la diferencia de los factores de:

$$Q = (x+2y)^2 - 9$$

a) 5 b) x + 2y
c) 6 d) 9
e) 0

04) Factorizar la siguiente expresión:

$$N = 7a^2 - 7b^2$$

e indicar un factor

a) 7 b) 2a +b
c) 2b + a d) 2a
e) 2b

05) Factorizar:

$$x^2 + 3cx - 10c^2$$

e indicar la suma de sus factores.

a) x + c b) 2x + 3c
c) x - c d) 3x + c
e) 3x – 2c

06) **Factorizar e indicar la suma de sus factores:**

$$x^2 + 4ax + 3a^2$$

a) 2x + 4a b) 2x – 4a
c) x + a d) x - a
e) 2x + a

07) **Factorizar:**

$$15x^2 - 3y - 2y^2 + 7xy + 41x + 14$$

e indicar la suma de los coeficientes de "x" de cada factor

a) 6 b) 7
c) 8 d) 11
e) 4

08) **Factorizar**

$$15x - 19xy + 6y^2 - 11y + 19x - 10$$

e indicar la suma de los coeficientes de "y" de cada uno de sus factores.

a) -4 b) -5
c) -6 d) -8
e) -9

09) **Indica la suma de los términos independientes de cada uno de los factores de:**

$$6x^2 + 12 + 10y^2 - 23y - 16xy + 17x$$

a) 5 b) 6
c) 7 d) 8
e) 9

10) **Factorizar:**

$$15x^2 - 2y + 6xy - 2x - 1$$

e indicar el factor binomio.

a) (3x + 1) b) (3x - 1)
c) (3x + 2) d) (3x - 2)
e) (x + 3)

PROFUNDIZA TUS CONOCIMIENTOS

TEORÍA DE ECUACIONES

01) Hallar "x" en:

$$\frac{x+27}{4} = x+3$$

a) 4 b) 5
c) 6 d) 7
e) 8

02) Resolver:

$$\frac{x}{2} + 2x = x+3$$

a) 1 b) 1,5
c) 2 d) 3
e) 6

03) Resolver

$$\frac{x+3}{6} - \frac{x+4}{8} = \frac{3(x+5)}{36}$$

a) -5 b) -10
c) -12 d) 12
e) 16

04) Resolver:

$$5 - \frac{x-3}{4} = \frac{2}{3} + \frac{x-1}{6}$$

a) $63/4$ b) $63/7$

c) $63/5$ d) $61/5$

e) 1

05) Resolver:

$$\frac{3}{5} - x = x + \frac{6}{5}$$

a) $\frac{3}{10}$ b) $-\frac{3}{10}$

c) $-\frac{7}{10}$ d) 1

e) 5

06) Resolver:

$$5(x-2)+3x = 2(3x+4)$$

a) 1 b) 3

c) 6 d) 9

e) 10

07) Resolver:

$$3x(x-2)-1 = 3(x+2)(x+4)$$

a) $^{7}/_{9}$ b) $^{5}/_{9}$

c) $^{11}/_{9}$ d) $^{8}/_{9}$

e) $^{1}/_{9}$

08) Resolver:

$$2(w-4)^2-(w-2)^2 = (w-8)^2$$

a) 5 b) 7

c) 9 d) 11

e) 13

09) Resolver:

$$\left[\frac{1}{4}(x-2)+\frac{1}{3}\right]-\left[x-\frac{1}{3}(2x-1)\right]=0$$

a) -5 b) -6

c) -7 d) -8

e) -9

10) Resolver:

$$\frac{5}{2x}+\frac{2}{3x}=\frac{95}{2x^2}$$

a) 15 b) 16

c) 17 d) 18

e) 19

PROFUNDIZA TUS CONOCIMIENTOS

M.C.M. y M.C.D.

01) Hallar el M.C.D de:

$$P = 4x^4 - y^2$$
$$Q = (2x^2 - y)^2$$

a) $2x^2 - y$

b) $2y^2 - x$

c) $2x^2 + y$

d) $2x^2 - 3y$

e) $2x^2 + 5y$

02) Hallar el M.C.D de:

$$A = (x^2 - 1)^2$$
$$B = (x^2 - 4x - 5)$$
$$C = x^4 - 1$$

a) (x - 1) b) (x +2)

c) (x + 3) d) (x + 1)

e) (x - 3)

03) Hallar el M.C.D de:

$$M = 5x^2 - 10x$$
$$N = x^3 - 4x$$
$$R = x^2y - 2xy$$
$$S = x^2 - x - 2$$

a) (x - 2) b) (x +2)

c) (x -1) d) (x + 1)

e) (x - 3)

04) Hallar el M.C.D de:

$$A = x^3 - 10x^2 + 31x - 30$$
$$B = x^3 - 5x^2 - 4x + 20$$

a) (x - 2) (x - 5)

b) (x + 2) (x - 5)

c) (x + 2) (x + 5)

d) (x + 2)

e) (x - 5)

05) Hallar el M.C.M de:

$$P = 3x^2$$
$$Q = 3x^2 - 6bx$$

a) $3x^2(x - 2b)$

b) $3x(x - 2b)$

c) $(x - 2b)$

d) $x^2(x - 2b)$

e) $(x - 2b)^2$

06) Hallar el M.C.M de:

$$P = 3x^2(27 + a^3)$$
$$Q = 6x(9 - a^2)$$
$$R = x^3(9 - 3a + a^2)$$

e indicar el factor monomio

a) x^3 b) $6x^3$

c) 6 d) x

e) 7

07) Hallar el M.C.M de:

$$A = x^2 + 5x + 6$$
$$B = x^2 + x - 2$$
$$C = x^2 + 3x + 2$$

e indicar el factor de grado 2

a) $x^2 - 1$ b) $x^2 + 1$

c) $x^2 + 2$ d) $x^2 + 4$

e) $x^2 - 4$

08) Hallar el M.C.M de:

$$P = a^2 + 2ab + b^2$$
$$Q = a^2 - 2ab + b^2$$
$$R = a^2 - b^2$$

a) $(a + b)^2(a - b)^2$

b) $(a + b)\ (a - b)^2$

c) $(a + b)^3(a - b)$

d) $(a + b)^2(a - b)$

e) $(a + b)\ (a - b)$

09) Hallar el M.C.M de:

$$A = x^3 + y^3$$
$$B = x^2 - y^2$$
$$C = x^2 - xy + y^2$$

a) $(x-y)(x^3+y^3)$

b) $(x+y)(x^3-y^3)$

c) $(x-y)^3(x \quad + y \quad)$

d) $(x+y)(x^2-y^2)$

e) $(x+y)^2(x^3+y^3)$

10) Hallar el M.C.M de:

$$A = 4x^2 - 4y^2$$
$$B = 6x^2 + 12xy + 6y^2$$
$$C = 12x + 12y$$

a) $12(x+y)^2(x+y)$

b) $12(x+y)^2(x-y)$

c) $12(x+y)(x-y)^2$

d) $12(x+y)(x-y)$

e) $12(x+2y)(x-2y)$

No vayas delante de mi, no te seguiré, ni me sigas, no te guiaré; sólo camina a mi lado y seamos amigos.

E. White

PROFUNDIZA TUS CONOCIMIENTOS
FRACCIONES ALGEBRAICAS

01) Simplificar:

$$N = \frac{20x^3y^4}{15xy^6}$$

a) $\frac{4x^2}{3y^2}$ b) $\frac{4}{3}$

c) $\frac{4x}{3y}$ d) $\frac{4x}{y}$

e) $\frac{4x}{3y^2}$

02) Simplificar:

$$N = \frac{x^3-8}{x^2-4}$$

a) $\frac{x^2+3x+4}{x-1}$

b) $\frac{x^2+2x+4}{x+2}$

c) $\frac{x^2-2x+4}{x-2}$

d) $\frac{x^2+4x-8}{x-1}$

e) 1

03) Simplificar:

$$N = \frac{9a^2-25x^2}{3a+5x}$$

a) $3a+5x$ b) $3a-5x$

c) $3a+x$ d) $3a-x$

e) $a-x$

04) Efectuar:

$$N = \frac{3+x^2}{4x^2-1} + \frac{2x^2-1}{4x^2-1} - \frac{3-x^2}{4x^2-1}$$

a) 2 b) 3

c) 1 d) 0

e) 5

05) Efectuar:

$$N = \frac{3}{x^2} + \frac{9}{2x} - \frac{5}{3x}$$

a) $\frac{17x+18}{6x^2}$ b) $\frac{17x-18}{6x^2}$

c) $\frac{18x+17}{6x^2}$ d) $\frac{17x-18}{x^2}$

e) $\frac{17x-18}{6}$

06) Efectuar:

$$Q = \frac{3(x+y)}{2(x-y)} \cdot \frac{(x^2-y^2)}{6x}$$

a) $\frac{(x+y)^2}{4}$ b) $\frac{(x-y)^2}{2}$

c) $\frac{(x+y)^2}{8}$ d) $\frac{(x+y)}{4}$

e) $\frac{x-y}{4}$

07) Efectuar:

$$N = \frac{15x-30}{2x} \cdot \frac{3x}{5x-10}$$

a) $\frac{9}{4}$ b) $\frac{9}{2}$

c) $\frac{9}{5}$ d) $\frac{9}{7}$

e) $\frac{9}{11}$

08) Efectuar:

$$N = \frac{\left(\frac{a+b}{2a-2b} - \frac{a-b}{2a+2b} - \frac{2b^2}{a^2-b^2}\right)}{\left(\frac{a-b}{2b}\right)}$$

a) 2 b) 0

c) 1 d) 4

e) 5

09) Efectuar:

$$M = \frac{x^2+3x+2}{x+3} \cdot \frac{x^2+6x+9}{x^2+4x+4} \cdot \frac{x+2}{x^2+4x+3}$$

a) 0 b) 2

c) 1 d) 6

e) 8

10) Efectuar:

$$M = \left(\frac{1}{1+x} + \frac{2x^2}{1-x^2}\right) \cdot \left(\frac{1-x}{x}\right) \cdot \left(\frac{x+x^2}{2x}\right)$$

a) $\frac{2x^2-x+1}{2x}$ b) $\frac{x^2-x+1}{2x}$

c) $\frac{x^2+x+3}{x}$ d) $\frac{x^2}{2}$

e) $\frac{x^2+1}{3}$

En la vida se ve uno a veces ante la disyuntiva de complacer a Dios o complacer al prójimo. A la larga conviene más lo primero, porque Dios tiene mejor memoria.

Harry Kemelman

PROFUNDIZA TUS CONOCIMIENTOS

RADICACIÓN

01) Reducir:

$$R = \sqrt{16^{+2^{-1}} - 27^{3^{-1}} + 81^{4^{-1}}}$$

a) 1 b) 2
c) 3 d) 4
e) 5

02) Resolver:

$$T = \sqrt[n-1]{\frac{5^{3n+1}}{\sqrt[n]{5^{n^2+3n}}}}$$

a) 15 b) 25
c) 35 d) 45
e) 64

03) Hallar el equivalente de:

$$T = \frac{\sqrt[2\sqrt{2}]{2\sqrt{2}}}{\sqrt[\sqrt{2}]{\sqrt[4]{8}}}$$

a) 5 b) 6
c) 1 d) 4
e) 8

04) El exponente final de "x" en:

$$\sqrt{x \cdot \sqrt[5]{x^2 \sqrt[3]{x^7 \cdot \sqrt{x^4}}}}$$

a) 1 b) 2
c) 3 d) 4
e) 5

05) Simplificar:

$$E = \sqrt[5]{16\sqrt[3]{4\sqrt[4]{32\sqrt{8}}}}$$

a) $2\sqrt{2}$ b) $2\sqrt[24]{3}$
c) $2\sqrt[24]{2}$ d) $2\sqrt[12]{2}$
e) $2\sqrt[6]{2}$

06) Hallar el valor de:

$$M = \sqrt[5n]{\frac{25^{n+\frac{1}{2}}}{5\sqrt{5^{-n}}}}$$

a) 1 b) $\sqrt{5}$

c) 5 d) $5\sqrt{5}$

e) 25

07) Hallar el equivalente de:

$$M = \frac{\sqrt[3\sqrt{3}]{3\sqrt{3}}}{\sqrt[\sqrt{3}]{\sqrt{3}}}$$

a) $\sqrt{3}$ b) 3

c) $3\sqrt{3}$ d) 1

e) $\sqrt[3]{3}$

08) Reducir:

$$Q = \frac{\sqrt[6]{2}\cdot\sqrt[4]{2}\cdot\sqrt[3]{2}}{\sqrt[20]{2}\cdot\sqrt[5]{2}}$$

a) 1 b) 2,5

c) 0,2 d) 3

e) $\sqrt{2}$

09) Hallar el valor de:

$$M = \sqrt[n-1]{\frac{7^{n-1}+3^{n-1}}{7^{1-n}+3^{1-n}}}$$

a) 11 b) 21

c) 31 d) 41

e) 51

10) Hallar el valor de "x" si se cumple que:

$$\sqrt[7]{\frac{5^{16}+5^{x}}{5^{x}+5^{2}}} = 5$$

a) 6 b) 7

c) 8 d) 9

e) 12

No interrumpas un trabajo para iniciar otro, si lo haces es muy probable que ambos queden sin terminar cuando el segundo trabajo sea interrumpido por un tercero.

K. Gleeson

PROFUNDIZA TUS CONOCIMIENTOS

TRANSFORMACION DE RADICALES

DOBLES A SIMPLES

01) Simplificar:

$$N = \sqrt{8+4\sqrt{3}} - \sqrt{8-\sqrt{48}}$$

a) $\sqrt{6}$ b) $\sqrt{8}$

c) $\sqrt{5}$ d) $\frac{\sqrt{6}}{2}$

e) $\sqrt{2}$

02) Simplificar

$$N = \sqrt{7+2\sqrt{10}} - \sqrt{5}$$

a) $\sqrt{2}$ b) $\sqrt{5}$

c) $\sqrt{3}$ d) $\sqrt{6}$

e) $\frac{\sqrt{6}}{2}$

03) Simplificar

$$N = \sqrt{5+\sqrt{24}} - \sqrt{3}$$

a) $\sqrt{1}$ b) $\sqrt{2}$

c) $\sqrt{3}$ d) $\sqrt{4}$

e) $\sqrt{5}$

04) Simplificar

$$Q = \sqrt{13+\sqrt{88}} - \sqrt{11}$$

a) $\sqrt{3}$ b) $\sqrt{6}$

c) $\sqrt{7}$ d) $\sqrt{8}$

e) $\sqrt{2}$

05) Simplificar

$$N = \sqrt{3+\sqrt{8}} - 1$$

a) $\sqrt{6}$ b) $\sqrt{5}$

c) $\sqrt{7}$ d) $\sqrt{8}$

e) $\sqrt{2}$

06) Simplificar

$$N = \sqrt{11+\sqrt{40}} - \sqrt{10}$$

a) 1 b) 2

c) 3 d) 4

e) 7

07) Simplificar

$$N = \sqrt{10+2\sqrt{21}} - \sqrt{3}$$

a) $\sqrt{7}$ b) $\sqrt{3}$

c) $\sqrt{21}$ d) $\sqrt{2}$

e) $\sqrt{10}$

08) Simplificar

$$P = \sqrt{2x+2\sqrt{x^2-1}} - \sqrt{x+1}$$

a) $\sqrt{x}$ b) $\sqrt{x-1}$

c) $\sqrt{x+1}$ d) $\sqrt{x+2}$

e) $\sqrt{x-3}$

09) Simplificar

$$Q = \sqrt{26+2\sqrt{323}} - \sqrt{19}$$

a) $\sqrt{17}$ b) $\sqrt{19}$

c) $\sqrt{15}$ d) $\sqrt{7}$

e) $\sqrt{6}$

10) Simplificar

$$Q = \sqrt{28+2\sqrt{187}} - \sqrt{11}$$

a) $\sqrt{15}$ b) $\sqrt{17}$

c) $\sqrt{13}$ d) $\sqrt{7}$

e) $\sqrt{6}$

PROFUNDIZA TUS CONOCIMIENTOS

RACIONALIZACION

01) Racionalizar:

$$N = \frac{3}{\sqrt{5}}$$

a) $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

b) $\frac{3\sqrt{5}}{4}$

c) $\frac{3\sqrt{5}}{7}$

d) $\sqrt{5}$

e) 1

02) Racionalizar:

$$P = \frac{9}{2\sqrt{3}}$$

a) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

b) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

c) $\frac{3\sqrt{3}}{14}$

d) $\frac{5\sqrt{3}}{4}$

e) $\sqrt{3}$

03) Racionalizar:

$$\frac{12}{5\sqrt{6}}$$

a) $\frac{2\sqrt{6}}{5}$

b) $\frac{2\sqrt{6}}{7}$

c) $\frac{2\sqrt{6}}{3}$

d) $\frac{2\sqrt{6}}{9}$

e) $\sqrt{6}$

04) Racionalizar:

$$N = \frac{2}{3\sqrt{x}}$$

a) $\frac{2\sqrt{x}}{3x}$

b) $\frac{2\sqrt{x}}{5x}$

c) $\frac{2\sqrt{x}}{x}$

d) $\frac{2\sqrt{x}}{7x}$

e) $\frac{2\sqrt{x}}{11x}$

05) Racionalizar:

$$Q = \frac{6}{\sqrt[5]{x^3y^3}}$$

a) $\dfrac{6\sqrt[5]{xy}}{x.y}$ b) $\dfrac{6\sqrt[5]{x^2y^3}}{x.y}$

c) $\dfrac{6\sqrt[5]{xy}}{x.y}$ d) $\dfrac{6\sqrt{xy}}{xy}$

e) $\dfrac{6\sqrt{xy}}{xy}$

06) Racionalizar:

$$Q = \frac{5}{\sqrt[5]{2}}$$

a) $\dfrac{5\sqrt[5]{2}}{2}$ b) $\dfrac{5\sqrt[5]{16}}{2}$

c) $\dfrac{5\sqrt[5]{16}}{4}$ d) $\dfrac{5\sqrt[5]{8}}{3}$

e) $\dfrac{5\sqrt[5]{4}}{2}$

07) Racionalizar:

$$Q = \frac{3}{\sqrt[3]{2}}$$

a) $\dfrac{3\sqrt[3]{4}}{2}$ b) $\dfrac{3\sqrt[3]{2}}{2}$

c) $\dfrac{3\sqrt{2}}{4}$ d) $\dfrac{3\sqrt{4}}{2}$

e) $\dfrac{3\sqrt[3]{2}}{6}$

08) Racionalizar:

$$Q = \frac{3}{\sqrt[3]{3}}$$

a) $\dfrac{5\sqrt[3]{9}}{3}$ b) $\dfrac{5\sqrt[3]{3}}{9}$

c) $\dfrac{5\sqrt[3]{9}}{12}$ d) $\dfrac{5\sqrt[3]{3}}{3}$

e) $\dfrac{5\sqrt[3]{3}}{5}$

09) **Racionalizar:**

$$P = \frac{2}{7\sqrt{7}}$$

a) $\frac{2\sqrt{7}}{7}$ b) $\frac{2\sqrt{7}}{8}$

c) $\frac{2\sqrt{7}}{49}$ d) $\sqrt{7}$

e) $\frac{\sqrt{7}}{2}$

10) **Racionalizar:**

$$\frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

a) $\frac{5\sqrt{6}}{2}$ b) $\frac{5\sqrt{6}}{3}$

c) $\frac{5\sqrt{6}}{3}$ d) $\frac{5\sqrt{6}}{3}$

e) $\frac{5\sqrt{6}}{4}$

MISCELANIA

01) **Factorizar**

a) $9a^2 - 25b^2$

b) $(x + y)^3 + (x - y)^3$

c) $100^x + 2(10^x) + 1$

d) $10x^2 - 13x - 3$

e) $2x^2 + 7xy - 15y^2 - 6x + 22y$

02. **Resolver**

a) $5x + 3 = 2x + 18$

b) $\frac{5x+3}{2} = \frac{10x+3}{4}$

c) $\frac{4}{3}x + \frac{4}{5} = \frac{2}{3}x + \frac{1}{5}$

d) $3(x + 5) = 2(x - 3) + 1$

e) $\frac{2}{3}x - \frac{3}{7} = \frac{1}{3}x + \frac{4}{7}$

03) **Hallar el M.C.D. de**

a) $2a^2; 4ab^3c$

b) $15x^2y^2; 75x^3y$

c) $(x+1); (x+1)^2.(x-2)$

d) $(x+1); (x+2)$

e) $x^3 - 8; x^2-4; (x-2)^2$

04) Hallar el M.C.M. de:

a) $3a^3b^2c$; $6ab$

b) $4a^2$; $6ab$; $8bx^2$

c) $16x^3z^2$; $48x^2y$; $80x^4y^2$

d) $(x - 1)^2 (x + 2) (x - 3)$; $(x - 1) (x + 2)^2$

e) $2x-4$; $3x+6$; x^2-4

05) Simplificar

a) $\dfrac{a-1}{1-a}$

b) $\dfrac{3(x-2)}{-(2-x)}$

c) $\dfrac{x-1}{1-x} + \dfrac{1-x}{x-1}$

d) $\dfrac{(2a-b)(3b-c)}{(5b-1)(b-2a)}$

e) $\dfrac{mn-5m}{xn-5x}$

06) Simplificar

a) $3\sqrt{50} + 2\sqrt{75}$

b) $\sqrt{\sqrt{x}} + \sqrt[4]{x}$

c) $\sqrt[3]{\sqrt{x}} - \sqrt[6]{x}$

d) $\sqrt[3]{\sqrt{x}\,.\,\sqrt[3]{x}}$

e) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{\sqrt{x}}\,.\,\sqrt{x}}$

07. Transformar

a) $\sqrt{8+\sqrt{60}}$

b) $\sqrt{9+\sqrt{72}}$

c) $\sqrt{12+\sqrt{80}}$

d) $\sqrt{12+\sqrt{140}}$

e) $\sqrt{18+2\sqrt{77}}$

08) Racionalizar

a) $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} =$

b) $\dfrac{1}{\sqrt{7}} =$

c) $\dfrac{2}{\sqrt[4]{2}} =$

d) $\dfrac{5}{\sqrt[5]{10}} =$

e) $\dfrac{6}{\sqrt[6]{6}} =$

09) Simplificar

a) $\dfrac{\sqrt{8+\sqrt{60}}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

b) $\dfrac{x^2-25}{(x+5)}$

c) $\dfrac{\sqrt{\sqrt[4]{x}}}{8\sqrt{x}}$

d) $\dfrac{1}{\sqrt{3}} - \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

10) Simplificar

$$\frac{a^3 - a^2 - a + 1}{a^3 + a^2 + a + 1} : \frac{a^2 - 2a + 1}{a^3 - a^2 + a - 2}$$

FACTORIZAR

01. Factor Común

a) $x^{18}y^{12} - x^{40}y^{30} + x^{16}y^{20})$

b) $a(x + 1) + b(x + 1) - c(x + 1)$

c) $(x-1)(x+y) + (x-1)(x+y)$
$- x(x-1)$

d) $(x + y - 1)(x - y + 1) +$
$(x + y + 1)(x + y - 1)$

e) $3x^2(a^2-b^2) - 5z(b^2-a^2) + a^2-b^2$

f) $3m(a - b + c) - 2n(b - a - c)$

g) $x^{n+1} + 3x + 2x^n + 6$

h) $m^3 - mn^2 - n^3 + m^2 - n^2 + m^2n$

i) $a(b^2 + c^2) + b(c^2 + a^2)$

j) $m^{n+p} + m^n n^p + n^m m^p + n^{m+p}$

k) $(x + 2)(x + 3)(x + 4) +$
$(x + 3)(x + 4) + (x + 4)$

l) $x^4y^3z^4 + 2x^3y^4z^4 + x^2y^5z^4 -$
$x^3y^3z^5 - x^2y^4z^5$

m) $x^{12} - 2x^{10} - 4x^8 + 2x^6 + 12x^4 +$
$24x^2 - 48$

n) $ab(x^2 - y^2) + xy(a^2 - b^2)$

02. Identidades:

a) $9a^2 - 25b^2$

b) $(x+y)^3 + (x-y)^3$

c) $100^x + 2(10^x)+1$

d) $x^6 - 5x^3 - 14$

e) $64a^7b^7 - ab^{13}$

f) $a^2 + 2a + ab + b + 1$

g) $80(a+b)^2 - 5$

h) $x^2 + 20x + 100$

i) $x^2 + 15x + 54$

j) $x^4 - 32x^2 + 255$

k) $x^8 - 36x^4 - 108x^2 - 81$

l) $(1+ m.x)^2 - (m + x)^2$

m) $m^3 + m^2 + m-3$

n) $x^6 - x^2 - 8x - 16$

03. Aspa

a) $10x^2 - 13x - 3$
b) $6x^2 - xy - 2y^2$
c) $(a+b)^2 - 2(a^2-b^2) - 8(a-b)^2$
d) $64x^{12}y^3 - 68x^8y^7 + 4x^4y^{11}$
e) $x^2 - 6acx + a^2(9c^2 - 4b^2)$
f) $(2a+b)^2.(4a^2+b^2+8ab) - (a^2-b^2)^2$
g) $abx^2 - (a^2 + b^2)x + ab$
h) $144x^{11}y^2 - 436x^9y^4 + 100x^7y^6$
i) $20x^4 + 31x^2 - 9$
j) $4s^4t - 4s^3t^2 - 24s^2t^3$
k) $(x-1)^4 + (x-1)^2 - 6$
l) $2x^2 + 7xy - 15y^2 - 6x+22y$
m) $20x^4 + 13x^3 + x-6$
n) $x^8 + 6x^6 + 33x^4 + 68x^2 + 144$
ñ) $2x^2 + 7xy - 15y^2 - 6x + 22y -8$
o) $4m^2n^2+4p+16mn-7mnp-2p^2$
p) $x^4 + 5x^3 + 13x^2 + 16x + 10$
q) $x^4 - x^3 - 3x^2 + 5x -2$
r) $6x^4 + 7x^3 - 17x^2 - 7x + 6$
s) $x^4 + 7x^2 + 16$
t) $6x^4 - 31x^3 + 25x^2 - 13x + 6$
u) $x^4 + 2x^3 + 5x + 2$
v) $4m^2n^2 + 4p + 16mn - 7mnp - 2p^2$
w) $(x^2-1)(x^2-4) - 3(2x+3)$
x) $10x^2 - 17xy - 20y^2 + 13x + 17y - 3$
y) $4x^7y + 10x^5y-x^3y^7 + x^3y^4 + 6x^3y$

04. Divisores Binómicos:

a) $2x^3 - x^2 - 13x -6$
b) $2x^3 - x^2 - 13x - 6$
c) $x^3 + 6x^2 + 11x + 6$
d) $6x^3 + 11x^2 + 6x + 1$
e) $x^3 - 3x^2 + 4x - 2$
f) $x^5 + 4x^4 + 10x^2 - x + 6$
g) $8x^3 - 12x^2 - 6x - 65$
h) $30x^3 + 19x^2 + 1$
I) $4x^6 - 28x^5 + 35x^4 + 35x^3 - 49x^2 - 7x + 10$

05. Artificios:

a) $x(x^2+x+4)(x+1)+4-x^2$
b) $4m^4 + 4mn^2 - n^4 + 1$
c) $x^5 + x + 1$
d) $x^{10} + 2x^6 + x^2 -1$
e) $x^{36} - x^{24} - 4x^{12} - 80$
f) $2x^5 + x^4 + x^3 + x + 1$
g) $x^6 - x^5 - 6x^4 - 5x^2 - 1$
h) $x^{5n} + n^{4n} + 2x^{3n} - 1$
i) $(x-1)(x+2)(x+3)(x+4) + 1$
j) $(x-2)(x+3)(x+2)(x-1) + 3$
k) $x^4 + x^2 + 1$
l) $a^4 + a^2b^2 + b^4$
m) $x^8 - 12x^4 + 16$
n) $x^4 + 2x^2 + 9$

INDICE

PROFUNDIZA TUS CONOCIMIENTOS

TEMA: SISTEMA LINEAL DE ECUACIONES

¿Qué es una ecuación?

Ecuación es una igualdad de 2 expresiones algebraicas que se verifica o satisface solo para determinados valores de sus incógnitas.

Ejemplos:

(1) $6x + 1 = 13$
Se satisface solo para ($x = 2$)

(2) $x - 5 = 6$
Se satisface solo para ($x = 11$)

* **Observaciones**:

- El signo IGUAL separa a una ECUACION en primer miembro (el de la izquierda) y el segundo miembro (el de la derecha).
- Cada miembro esta formado por uno o más términos algebraicos.
- Resolver una ecuación significa hallar los valores de x que la satisfacen.

Ecuaciones Equivalentes:
Son aquellas que tienen las mismas raíces o soluciones.

Ejemplos: En una ecuación como $5x - 7 = 8$; la raíz es 3; es decir, tal ecuación se satisface solo para $x = 3$

En otra ecuación como $\frac{x}{9} + \frac{1}{5} + \frac{8}{15}$; la raíz también es 3 es decir; tal ecuación también se satisface solo para $x = 3$. Luego; ambas ecuaciones son "equivalentes"

Propiedades de las Ecuaciones

1. Si sumamos o restamos a los dos miembros de una ecuación una cantidad constante; la ecuación que obtenemos es EQUIVALENTE a la primera.

Ejemplos: En la ecuación x + 4 = 5; podemos verificar que su RAÍZ es 1. Si restamos 4 a ambos miembros, la ecuación obtenida es equivalente a la primera; es decir:

$$x + 4 - 4 = 5 - 4 \text{ ó } x = 5 - 4$$
$$x = 1$$

Importante:

Despejar una incógnita significa dar a todos los pasos necesarios para que aparezca en uno de los 2 miembros SOLO LA INCÓGNITA.
En nuestro ejemplo; hemos despejado x aplicando la primera propiedad.

Atención:

- Los valores de x que satisfacen a una ecuación reciben el nombre de SOLUCIONES O RAÍCES. Estas se agrupan en un conjunto al que llamamos conjunto solución o C.S.

- Si la ecuación es de grado n, entonces tendrá n soluciones o raíces.

Regla Práctica:

Podemos trasladar un termino de un miembro al otro (TRANSPOSICION DE TERMINOS) con el solo cambio del signo de su coeficiente.

$$x + b = a \rightarrow x = a - b \;/\; x \text{ es la incógnita.}$$

2. Si multiplicamos o dividimos a los 2 miembros de una cantidad constante diferente de cero, la ecuación que obtenemos es EQUIVALENTE a la primera.

Ejemplo: En la ecuación 3x = 6, podemos verificar que su raíz es 2. Si dividimos por 3 a ambos miembros; la ecuación obtenida es equivalente a la primera; es decir.

$$\frac{3x}{3} = \frac{6}{3} \text{ ó } x = \frac{6}{3} \text{ ó } x = 2$$

Regla práctica:

- Dada: $ax = b$; entonces: $x = b/a$
- Dada: $\frac{x}{a} = b$; entonces: $x = a \cdot b$

Una ecuación de primer grado con una incógnita tiene la siguiente forma general:

$ax + b = 0$	x	:	incógnita
	a y b	:	coeficientes
	$a , b \in Q$		

Despejamos x en:

- Aplicamos la primera propiedad de ecuaciones: $ax = -b$
- Aplicamos la segunda propiedad de ecuaciones $x = \frac{-b}{a}$

Atención:
- Si $a \neq 0$ y $b \neq 0$; existe raíz o solución racional.
- Si $a = 0$ y $b \neq 0$, no existe solución.
- Si $a \neq 0$ y $b = 0$, tendremos $x = 0$
- Si $a = 0$ y $b = 0$, tendremos solución INDETERMINADA O no DEFINIDA.

PROCEDIMIENTO PRÁCTICO DE RESOLUCIÓN DE UNA ECUACIÓN

1. Suprimimos signos de colección o agrupación.
2. Efectuamos reducción de términos semejantes en cada miembro.
3. Hacemos transposición de términos, escribiendo los que son independientes en uno de los miembros y los que no lo son en el otro miembro de la ecuación.
4. Volvemos a reducir términos semejantes.
5. Despejamos la incógnita.

PROBLEMAS PARA LA CLASE

01) Resolver:

$$4x - 1 = x - 4$$

02) Resolver:

$$3x - 2 = x + 6$$

03) Resolver: $7 - 5x = 3x - 1$

04) $12x - 12 = 16x + 8$; hallar x:

05) Resolver:

$$7x + 5 - 3x = 4x + 3 - 2x$$

06) Resolver:

$$16x - 21 = 20x + 3$$

07) Resolver:

$$19 - 3x + 5x = 15 - 4x$$

08) Resolver:

$$20x + 7 - 2 = 15x + 3$$

09) Resolver:

$$16 - 4x + 6x = 12x + 8$$

10) Resolver:

$$13x - 2,4 = 6,2 + 11x$$

11) Resolver:

$$4x - 10x + 15 = 8x - 13$$

12) $7x - 6x - 4 = 15x + 3 - 6x$

13) $-0,5 + 10x = -8,5 + 2x$

14) Resolver:

$$6x - (4x + 2) = (x - 1) + 4$$

15) Resolver:

$$\frac{x-2}{3} + 2 = \frac{x-2}{5} + 6$$

16) Resolver:

$$\left[\frac{1}{2}(x-1)\right] + 2 = \frac{1}{3}(2x-1) - 2$$

17) Resolver:

$$\left[\frac{2}{5}(x-1)\right] + 2 = \left[\frac{1}{3}(x+2)\right] - 6$$

18) Resolver:

$$\left[\frac{1}{4}(x-1)\right] + x = \left[\frac{1}{2}(x-3)\right] + 5$$

19) Resolver:

$$\frac{1}{2}\left[\frac{3}{2}(x+5) + \frac{2}{3}(x+6)\right] = x + 4$$

20) Resolver:

$$\left[\frac{2}{3}(x-4)\right] + 5x = \frac{5x}{7} + \frac{(x-1)}{3} + 30$$

PROBLEMAS PARA LA CASA

01) $20x + 6 - 4x = 12{,}0 + 6x$; hallar x:

a) 1/3 b) 3/5
c) 9/2 d) 7/2
e) 8/4

02) Resolver:
$-2x + 7x - 3 = 3x - x + 6$

a) 2 b) 5
c) 6 d) 4
e) 3

03) Resolver:
$2x + 8 - 3x = 4x + 15 - 2x$

a) -8/3 b) 3/5
c) -7/3 d) 8/3
e) -6/4

04) Resolver:
$17x - 4 + 13x = 12x - 5 + 8x$

a) $\frac{1}{17}$ b) $\frac{1}{16}$
c) $\frac{1}{15}$ d) $\frac{1}{18}$
e) $\frac{1}{20}$

05) Resolver:
$14x - 15 + 2x = 2x + 40 + 3x$

a) 3 b) 4
c) 5 d) 6
e) 2

06) $3(x - 4) + 6 = 5(x + 1) - 13$; hallar x:

a) 1/9 b) $\frac{1}{4}$
c) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{1}{3}$
e) 1/8

07) Resolver:

$3(x+1) + 4(2x-1) = 5(x+5) - 2(x-3)$

a) 2 b) 3
c) 4 d) 5
e) 6

08) $\frac{2x}{3} - 3 = \frac{x}{4} + \frac{1}{3}$, hallar x:

a) x = 6 b) x = 7
c) x = 8 d) x = 10
e) x = 9

09) Resolver:

$$\frac{x}{2} + \frac{1}{4} = 4 - \frac{x}{4}$$

a) x = 3 b) x = 5
c) x = 2 d) x = 6
e) x = 7

10) Resolver:

$$\frac{1}{6}(x+1)+4x=\frac{5x+1}{4}+1$$

a) 1/6
b) 1/7
c) 1/8
d) 1/5
e) 5

11) Resolver:

$$\left[\frac{1}{3}(x-2)\right]+2=\left[\frac{1}{5}(x-2)\right]+6$$

a) 64
b) 60
c) 48
d) 30
e) 32

12) Resolver:

$$\frac{1}{2}\left[\frac{3}{2}(x+5)+\frac{2}{3}(x+6)\right]=x+4$$

a) 10
b) 20
c) 30
d) -21
e) -10

13) Resolver:

$$15(2x+1)-2=3(-2x+8)-2$$

a) 1/5
b) 1/6
c) 1/8
d) 1/4
e) 1/7

14) Resolver:

$$\frac{4}{3}(x+2)=2+[4(x-2)]$$

a) 13/4
b) 15/4
c) 16/4
d) 3
e) 17/5

15) Resolver:

$$-13-[3(x+2)+4]=11-[6(-2x-2)+1]$$

a) $\frac{47}{15}$
b) $\frac{46}{15}$
c) $\frac{48}{15}$
d) $\frac{49}{15}$
e) $\frac{50}{15}$

No interrumpas un trabajo para iniciar otro, si lo haces es muy probable que ambos queden sin terminar cuando el segundo trabajo sea interrumpido por un tercero.

K. Gleeson

TEMA: SISTEMA DE ECUACIONES

El siguiente es un sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 2x + y = 1 \text{ .... (1)} \\ 5x - y = 13\text{........(2)} \end{cases}$$

- Este sistema esta conformado por 2 ecuaciones con 2 incógnitas. Resolver un sistema significa encontrar; valores de las incógnitas que las satisfagan simultáneamente.

  En nuestro ejemplo; al resolver el sistema; tales valores de las incógnitas son:

  $x = 2$ e $y = -3$

¿Podemos comprobar?
Claro que si; podemos reemplazar estos valores en cada una de las ecuaciones del sistema.

En (1) : $2(2) + (-3) = 1 \rightarrow 1 = 1$
En (2) : $5(2) – (-3) = 13 \rightarrow 13 = 13$ ¡Comprobado!

- Al conjunto de valores de las incógnitas que satisfacen a las ecuaciones del sistema, se le llama SOLUCIÓN COMÚN O CONJUNTO SOLUCIÓN.
- METODOS PARA HALLAR LA SOLUCIÓN COMÚN

I. MÉTODO DE REDUCCIÓN.-

- **Procedimiento a seguir:**

1. Preparamos las ecuaciones del sistema; eliminando signos de colección; reduciendo términos semejantes; suprimiendo denominadores y transponiendo términos; hasta que el sistema tenga la siguiente forma:

$$\begin{cases} ax + by = c \text{ .... (1)} \\ dx + ey = f \text{ .... (2)} \end{cases}$$

   Donde x e y son las únicas incógnitas y a, b, c , d, e y f son los coeficientes.

2. Aplicando las propiedades de ecuaciones; hacemos que los coeficientes de la incógnita que se desea eliminar; sean números opuesto en ambas ecuaciones. Por ejemplo; luego de aplicar las propiedades de ecuaciones el sistema debe quedar así:

$$\begin{cases} 3x + 4y = 18 \\ 5x - 4y = -2 \end{cases}$$

Donde los coeficientes de "y" son 4 y -4; respectivamente.

3. En seguida sumamos miembro a miembro ambas ecuaciones; eliminándose los términos con incógnitas "y"
4. La ecuación que resulta solo tiene a "x", como incógnita, lo cual procedemos a despejar.
5. El valor de "x"; hallado en el paso anterior se reemplaza en cualquiera de las ecuaciones del sistema; de donde despejamos ahora "y".

Ejemplos: Resolver el sistema:

$$\begin{cases} x + 2y = 17 \text{ .... } (1) \\ x - y = -1 \text{ .... } (2) \end{cases}$$

Solución: Si multiplicamos (2) por 2, tendremos los términos en y con coeficientes opuestos:

$$2x - 2y = -2 \text{ ...... } (3)$$

- Sumamos miembro a miembro las ecuaciones (1) y (3)

$$\begin{array}{ccccc} x & + & 2y & = & 17 \\ 2x & - & 2y & = & -2 \\ \hline 3x & + & 0 & = & 15 \end{array}$$

- Despejamos x de la nueva ecuación: $\boxed{x = 5}$
- Reemplazamos el valor de x obtenido en cualquiera de las ecuaciones del sistema:

$$\begin{array}{ccccc} x & + & 2y & = & 17 \\ \hline 5 & + & 2y & = & 17 \end{array} \quad \rightarrow \quad \boxed{y = 6}$$

$\therefore$ **Respuesta:** La solución común que satisface al sistema es x = 5 e y = 6

PROBLEMAS PARA LA CLASE

01) Resolver el sistema:

$$\begin{cases} \dfrac{x}{3} - y = \dfrac{y}{3} - 13 \text{ .... } (1) \\ 2x + 18 = 3y \text{ .... } (2) \end{cases}$$

Rpta.:

02) $x + y = 6$ .... (1)
$x - y = 2$ .... (2)

Hallar "x + 2y"

Rpta.:

03) Resolver el sistema:

$2x - y = 0$ .... (1)
$3x + y = 5$ .... (2)

Rpta.:

04) Resolver el sistema:

$5m - t = 16$
$2m - 3t = 9$

Rpta.:

05) Resolver: el sistema:

$2(a - b) + 5(a + b) = 13$ ... (1)
$7a + 2 - b = 2a + b + 3$ .... (2)

Rpta.:

06) Resolver el sistema:

$$\frac{x}{3} - y = \frac{y}{3} + x - 8 \text{ .... } (1)$$

$2x = y - x + 15$ .... (2)

Rpta.:

07) $\sqrt{x+1} + \sqrt{y+1} = 7$ .... (1)

$$\frac{(y+22)}{x} = 0{,}5^{-1} \text{ ..... } (2)$$

¿Hallar "x + 3y"?

Rpta.:

08) Resolver la ecuación

$2x + 9y = -38$ ..... (1)
$x - 9y = 35$ ..... (2)

Rpta.:

09) $5a - 3b = 7$ ...... (1)
$7a + 3b = 17$ ..... (2)

Rpta.:

10) $x + 2y = 15$
$x - 2y = -5$

Rpta.:

11) Resolver la ecuación:

$x + 2y = 15$
$x - 2y = -7$

Rpta.:

12) $7m - 2n + 34 = 0$ ….. (1)
$5m + 3n + 11 = 0$ ….. (2)

Rpta.:

13) Resolver la ecuación:

$5(x + y) + 3(y - x) = 32$ … (1)
$(x - y) / 3 = -4 / 3$ … (2)

Rpta.:

14) $(7y - x) + 1(x - 1) = -25$ (1)
$(2y - x) + 7(y - 1) = -31$ (2)

Rpta.:

15) Resolver el sistema:

$4(x + 1) - 5(y + 2) = -12$ ….. (1)
$5(x - 1) + 4(y - 2) = -5$ ….. (2)

Rpta.:

16) Resolver el sistema:

$$\begin{cases} x + 4y - 12 & \text{........ (1)} \\ 5x + 3y = 26 & \text{........ (2)} \end{cases}$$

Calcule: $(x + y)^2$

Rpta.:

17) Resolver:

$$\frac{3}{x} + \frac{4}{y} = 1 \quad \text{........ (1)}$$

$$\frac{21}{x} - \frac{2}{y} = 2 \quad \text{........ (2)}$$

Dar como respuesta: xy

Rpta.:

18) Resolver el sistema

$x + y + z = 2$ ……. (1)
$2x - 2y - z = 2$ …… (2)
$x + 2y - x = -3$ ……. (3)

Indica: xyz

Rpta.:

19) Resolver:

$(7y - x) + 2(x - 1) = -25$
$(2y - x) + 7(y - 1) = -32$

Rpta.:

20) Resolver:

$3x - 2[(x - 1) - (y - 1)] = 18$
$x + y = 10$

Rpta.:

PROBLEMAS PARA LA CASA

01) Resolver el sistema:

$$\begin{cases}(2x+1) = -3y & \text{........ (1)} \\ \quad x \quad = 7y - 9 & \text{......... (2)}\end{cases}$$

Hallar "(2x + y)":

a) -3 b) -5
c) -6 d) -2
e) 3

02) Resolver:

$$\frac{x}{3} - y = \frac{y}{3} + x - 8$$

2x = y – x + 15

Hallar x + 3y

a) 13 b) 14
c) 15 d) 16
e) 17

03) Resolver: a + 7b = 15
3a – 7b = -11

Hallar: b/a

a) 4 b) $\frac{3}{2}$

c) $\frac{5}{2}$ d) 2

e) 3

04) Resolver:

2x + 9y = -38
x – 9y = 35

Hallar "x + y"

a) -6 b) -7
c) -9 d) -8
e) -5

05) $$\left.\begin{array}{r} a = 14 - 5b \\ 2a = 3b - 11 \end{array}\right\}$$

Del sistema de ecuaciones, hallar "a – 2b"

a) 32 b) 28
c) 35 d) 21
e) 30

06) $$\begin{cases}(x+2y) - (2x-y) = 8 \\ \quad x - 1 - [y - 2x] = -1\end{cases},$$

hallar: (x + y)

a) 4 b) 3
c) 2 d) 5
e) 6

07) Resolver el siguiente sistema de ecuaciones:

3x – 2[(x – 1) – (y – 1)] = 18
x + y = 10

a) x = 2 ; y = 6
b) x = 4 ; y = 6
c) x = 2 ; y = 8
d) x = 5 ; y = 5
e) x = 3 ; y = 6

08) x = 5 + 3y ...... (1)
7x – 39 = 9y ...... (2)

Hallar "x + y"

a) 20/3 b) 19/3
c) 21/3 d) 18/3
e) 22/3

09) Resolver:

$$\frac{x}{5} - y = \frac{y}{5} - x + 8 \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

$2x - y = 40 \quad \ldots\ldots \quad (2)$

a) x = 25 ; y = 15
b) x = 20 ; y = 15
c) x = 30 ; y = 10
d) x = 15 ; y = 10
e) x = 25 , y = 10

10) 7 – [(2y – 3) + 4(x – 1)] = 22
[5(x + 2) – 3(y – 2)] – 8 = x

Hallar (x + y)

a) -3/5 b) 4
c) -2/5 d) 1/5
e) 2/3

11) Resolver:

3[x – 4y] + 7[2x – y] = 0
14x – 3x = 4

Hallar: x – y + y

a) 80/3 b) 215/6
c) 76 d) 90/2
e) 76/125

12) Resolver:

$$\left.\begin{array}{l} 3x + x^2 - 3y = 2 \\ 2x^2 + 6x = 7 \end{array}\right\}, \text{ si: } x^2 = 6x$$

a) $x = \frac{7}{18}$; $y = \frac{1}{2}$
b) x = 3 ; y = 6/4
c) x = 5 ; y = 6/4
d) x = 3 ; y = 1/19
e) $x = \frac{9}{4}$; $y = \frac{3}{2}$

13) Resolver:

$$\left\{\begin{array}{l} 30x + \frac{1}{2}[x + 3y - 7] = 3 \\ 22x + 3(x + y) = 4 \end{array}\right\}$$

Hallar: x + y

a) $-\frac{1}{3}$ b) -3

c) 5 d) $-\frac{1}{2}$

e) $\frac{1}{2}$

14) Resolver el sistema:

$$\left.\begin{array}{l} 7m - 2n + 34 = 0 \\ 5m + 3n + 11 = 0 \end{array}\right\}$$

Hallar m + n

a) -5 b) -4
c) -3 d) -2
e) -1

15) Resolver:

$$\left.\begin{array}{l} 5(x + y) + 3(y - x) = 32 \\ (x + y)/3 = -4/3 \end{array}\right\}$$

Hallar “x + 3y”

a) 12 b) 13
c) 14 d) 15
e) 16

TEMA: INECUACIONES

Desigualdad: Sean 2 números a y b $\in$ Q, tal que a $\neq$ b. Desigualdad es una relación entre a y b que se representa así:

$a > b$; "a es mayor que b", si (a – b) es positiva.
$a < b$; "a es menor que b", si (a – b) es negativa.

Ejemplos:

(1) $7 > 4$ es correcto ya que $7 - 4 = 3$
(2) $5 > -3$ es correcto ya que $5 - (-3) = 8$

Tipos de Desigualdad

1. Desigualdad Absolutas

- Son aquellas que son indiscutiblemente ciertas.

Ejemplos: (1) $10 > 0$ (2) $-8 < 1$ o también:

Son aquellas que se verifican para cualquier número racional que le asignemos a sus variables.

Ejemplos: (1) $x^2 \geq 0$ (2) $(x + 1)^2 + 5 \geq 0$

2. Desigualdad Relativas

Son aquellas que se verifican o satisface solo para ciertos valores de sus variables. Estos reciben también el nombre de inecuaciones:
Ejemplos:

(1) $x + 3 > 7$ Si x recibe e valor 2; tendríamos $2 + 3 > 7$ ó $5 > 7$, lo cual no es cierto. En este caso; x puede admitir solo valores mayores que 4. Entonces: $x + 3 > 7$ es una inecuación cuya solución es $x > 4$.

Propiedades de la Desigualdad.-

1. Siendo una cantidad mayor que otra y esta mayor que una tercera; entonces la primera cantidad será mayor que la tercera (PRINCIPIO DE TRANSITIVIDAD)

Es decir: Si $a > b$ y $b > c$; entonces: $a > c$

Ejemplo:

Si $15 > 6$ y $6 > 2$; entonces $15 > 2$

2. Si una cantidad es mayor que otra; entonces esta será menor que la primera.

Es decir: Si $a > b$; entonces $b < a$

Ejemplo:

(1) Si $18 > 10$; entonces $10 < 18$
(2) Si $2 < x$; entonces $x > 2$

3. Si ambos miembros de una desigualdad se le suma o resta una misma cantidad el sentido de la desigualdad NO SE ALTERA

Si: $a > b$ y $m \in Q$

Entonces: $a + m > b + m$

Ejemplos: (1) Dado la desigualdad $6 > 2$
Adicionemos 5 a cada miembro $6 + 5 > 2 + 5$
$11 > 7$ ¡Cierto!

(2) Dado la desigualdad $3 > -9$
Restemos 4 a cada miembro $3 - 4 > -9 - 4$
$-1 > -13$
¡Cierto!

4. Si multiplicamos a ambos miembros de una desigualdad por una misma cantidad positiva; el sentido de la desigualdad no se altera.

Es decir: Si $a > b$ y $m > 0$
Entonces: $am > bm$

Veamos algunos ejemplos:

(1) Dado la desigualdad entonces:
$5 > 3$ y además; $m = 8$
$5 \times 8 > 3 \times 8$
$40 > 24$
¡Verdadero!

5. Si multiplicamos a ambos miembros de una desigualdad por una misma cantidad negativa; el sentido de la desigualdad. SE ALTERA

Es decir: Si $a > b$ y $m < 0$
Entonces: $am < bm$

Ejemplo: Dado la desigualdad
$7 > 2$ y $m = -4$
$7(-4) < 2(-4)$

¡Se invierte el sentido!
$-28 < -8$

6. Si dividimos a ambos miembros de una desigualdad por una misma cantidad m positiva; el sentido de la desigualdad NO SE ALTERA. Si dicha cantidad m es negativa el sentido de la desigualdad. ¡SE ALTERA!

Es decir: Si $a > b$ y $m > 0$

Entonces: $\boxed{\dfrac{a}{m} > \dfrac{b}{m}}$

Ejemplo:

Si: $30 > 18$ y $m = 6$

Entonces: $\dfrac{30}{6} > \dfrac{18}{6}$ ó $5 > 3$

Además: Si $a > b$ y $m < 0$

Entonces: $\dfrac{a}{m} > \dfrac{b}{m}$

Ejemplo:

Si $12 > 6$ y $m = -2$

Entonces $\dfrac{12}{-2} > \dfrac{6}{-2}$ ó $-6 < -3$

PROBLEMAS PARA LA CLASE

01) Resolver la siguiente inecuación:
$3x - 5 > 2(x + 7)$

Rpta.:

02) Resolver: $4x + 8 < 3(x - 9)$

Rpta.:

03) Resolver: $(x + 3)^2 - 2x \geq x^2$

Rpta.:

04) $(x - 5)(x + 2) \leq x^2 - 7$

Resolver la inecuación

Rpta.:

05) Resolver:
$2(x - 7)(x + 1) > (2x + 1)(x + 3)$

Rpta.:

* Resolver las siguientes inecuaciones en el conjunto R.

06) $3x + 10 < 18 + x$

Rpta.:

07) $6 - x < 26 + 3x$

Rpta.:

08) $1 + 7x > 2(43 + x)$

Rpta.:

09) $\frac{8}{3} - \frac{x}{3} > \frac{2}{3} - x$

Rpta.:

10) $\frac{x}{3} < 6 - \frac{x+2}{4}$

Rpta.:

11) $\frac{x}{2} + \frac{4+x}{3} \geq \frac{2+x}{2}$

Rpta.:

12) $x(x - 4) \leq x(x - 7) + 12$

Rpta.:

13) $3x(x - 5) - 13 > 3x^2 - 2x$

Rpta.:

14) $x^2 - (x + 6)^2 \leq 48$

Rpta.:

15) $(x + 9)(x - 9) < x^2$

Rpta.:

16) $(2x - 3)^2 > (2x + 5)(2x - 1)$

Rpta.:

17) $(x - 1)^3 < x(x^2 + 3x)$

Rpta.:

18) $(x + 4)(x - 4) - (x + 5)(x + 1) > 2x - 7$

Rpta.:

19) $\frac{1}{4}(x - 5) - 2x \geq \frac{3}{2} \cdot x - 1$

Rpta.:

20) $\frac{x+3}{4} < 2 + \frac{x+2}{3}$

Rpta.:

PROBLEMAS PARA LA CASA

01) Hallar el conjunto solución de:

$$5x - 8 < 4 + 2x$$

a) C.S. = $\langle -\infty ; 4 \rangle$
b) C.S. = $\langle -\infty ; 3 \rangle$
c) C.S. = $\langle -\infty ; 2 \rangle$
d) C.S. = $\langle -\infty ; 4/3 \rangle$
e) C.S. = $\langle -\infty ; 8 \rangle$

02) Resolver la inecuación:

$$5(1 + x) < 23 + 7x$$

a) C.S. = $\langle -\infty ; 9 \rangle$
b) C.S. = $\langle -6 ; \infty \rangle$
c) C.S. = $\langle -9 ; \infty \rangle$
d) C.S. = $\langle -7 ; \infty \rangle$
e) N.A.

03) Resolver: $\frac{1}{3}(x - 5) - 2 \leq 1 - \frac{x}{4}$, entonces el conjunto solución es:

a) $\langle -\infty ; 8 \rangle$
b) $\langle -\infty ; 7]$
c) $\langle -\infty ; \infty \rangle$
d) $\langle -\infty ; 9 \rangle$
e) N.A.

04) Cual es el conjunto solución (C.S.) de:

$$5x(x + 1) - 5x^2 \leq 5x^2 \leq 30 + 9x$$

a) $\left[-\frac{15}{2} ; \infty\right\rangle$
b) $[3/2 ; \infty \rangle$
c) $[-15 ; \infty \rangle$
d) $[-30 ; 30 \rangle$
e) $[-\infty ; 15/2 \rangle$

05) Resolver la inecuación:

$$\frac{2}{5}(x+1) < \frac{3}{10}(x-2)$$

a) C.S. = $\langle -\infty ; 8 \rangle$
b) C.S. = $\langle -\infty ; -8 \rangle$
c) C.S. = $\langle -\infty ; -5 \rangle$
d) C.S. = $\langle -\infty ; 10 \rangle$
e) C.S. = $\langle -\infty ; 10 \rangle$

06) $(x+8)^2 - (x-8)^2 \leq -\frac{2}{3}(x+49)$

, ¿Cuál es el intervalo de x?

a) $\langle 1 ; \infty \rangle$
b) $[-1 ; \infty \rangle$
c) $\langle -\infty ; 1 \rangle$
d) $\langle -\infty ; -1 \rangle$
e) $\langle -\infty ; -1]$

07) $2(x + 5)(x - 2) \leq 8 + \frac{2}{3}(x + 2)(3x - 1)$

¿Cuál es el intervalo de x?

a) $\langle -\infty ; \infty \rangle$
b) $\langle -\infty ; 20/3 \rangle$
c) $\langle -\infty ; 10]$
d) $\langle -\infty ; 5]$
e) N.A.

08) Resolver la inecuación $\frac{x+5}{3} - \frac{x-2}{2} \leq \frac{1}{6} \cdot x - 3$ y dar el intervalo de x.

a) $[16 ; \infty \rangle$
b) $[17 ; \infty \rangle$
c) $\langle -\infty ; 17]$
d) $[17 ; 30]$
e) N.A.

09) Hallar el conjunto solución de:

$$\frac{2}{3}(x-5)^2+\frac{1}{6}(x+4)(x-6)\geq\frac{5}{6}\cdot x^2$$

a) C.S. = $\langle -\infty ; 20/3]$
b) C.S. = $\langle -\infty ; 23]$
c) C.S. = $\langle -\infty ; 28/21]$
d) C.S. = $\langle -\infty ; 25/26]$
e) C.S. = $\langle -\infty ; \infty\rangle$

* Hallar el conjunto de x para las siguientes inecuaciones.

10) $3x - 2 < x + 6$

a) $-\infty < x < -3$
b) $-9 < x < 4$
c) $-4 < x < \infty$
d) $-\infty < x < 4$
e) N.A.

11) $5x - 9 \leq 2x + 15$

a) $\langle -\infty ; 9]$
b) $\langle 9 ; 30\rangle$
c) $\langle -\infty ; 8]$
d) $\langle -\infty ; \infty\rangle$
e) N.A.

12) $9x + 12 > 2x - 2$

a) $\langle -2 ; \infty\rangle$
b) $\langle -3 ; \infty\rangle$
c) $\langle -4 ; \infty\rangle$
d) $\langle 2 ; \infty\rangle$
e) $\langle 1 ; \infty\rangle$

13) $123 - 321x \geq 122 - 320x$

a) $\langle -\infty ; 2]$
b) $\langle -\infty ; 1]$
c) $\langle -\infty ; -1]$
d) $\langle -\infty ; -3]$
e) $\langle -\infty ; 4]$

14) $\dfrac{x+4}{3}+2 > x$

a) $\langle -\infty ; 6\rangle$
b) $\langle -\infty ; 7\rangle$
c) $\langle -\infty ; 5\rangle$
d) $\langle -\infty ; 8\rangle$
e) $\langle -\infty ; 9\rangle$

15) $\dfrac{5x+1}{6}+1 \leq x$

a) $\langle -\infty ; 9]$
b) $\langle -\infty ; 7]$
c) $\langle -\infty ; 8]$
d) $\langle -\infty ; 9]$
e) $\langle -\infty ; 10]$

En la vida se ve uno a veces ante la disyuntiva de complacer a Dios o complacer al prójimo. A la larga conviene más lo primero, porque Dios tiene mejor memoria.

Harry Kemelman

TEMA: INECUACIONES DE SEGUNDO GRADO CON UNA INCÓGNITA

Una inecuación de segundo grado con una incógnita es aquella desigualdad condicional que reducida a su más simple expresión tiene la forma:

$$\boxed{ax^2 + bx + c > 0} \quad ó \quad \boxed{ax^2 + bx + c < 0}$$

Donde los coeficientes a, b y c son números reales; siendo $a \neq 0$. Es recomendable que a sea siempre positivo, pero si fuera negativo, se multiplica ambos miembros por -1 para hacerlo positivo, con lo cual se cambia el sentido de la desigualdad.

1ra Propiedad para completar cuadrados:

Si $x^2 < a$ entonces $\quad -\sqrt{a} < x < \sqrt{a}$

Ejemplos:

* Si $x^2 < 16 \quad \rightarrow \quad -\sqrt{16} < x < \sqrt{16}$

  $-4 < x < 4$

* Si $x^2 \leq 81 \quad \rightarrow \quad -\sqrt{81} \leq x \leq \sqrt{81}$

  $-9 \leq x \leq 9$

* Si $x^2 \leq \dfrac{25}{49} \quad \rightarrow \quad -\sqrt{\dfrac{25}{49}} \leq x \leq \sqrt{\dfrac{25}{49}}$

  $-\dfrac{5}{7} \leq x \leq \dfrac{5}{7}$

2da Propiedad

Si $x^2 > a$; entonces $\quad x > \sqrt{a} \vee x < -\sqrt{a}$

Ejemplos:

* Si $x^2 > 64 \quad \rightarrow \quad x > \sqrt{64} \vee x < -\sqrt{64}$

  $x > 8 \vee x < -8$

* Si $x^2 > 3 \quad \rightarrow \quad x > \sqrt{3} \vee x < -\sqrt{3}$

* Si $x^2 \geq \dfrac{36}{100} \quad \rightarrow \quad x \geq \sqrt{\dfrac{36}{100}} \vee x \leq -\sqrt{\dfrac{36}{100}}$

  $x \geq \dfrac{6}{10} \vee x \leq -\dfrac{6}{10}$

  $x \geq \dfrac{3}{5} \vee x \leq -\dfrac{3}{5}$

PROBLEMAS APLICATIVOS

Resolver:

01) $x^2 + 4x > 5$

Rpta.:

02) $x^2 + 6x > 0$

Rpta.:

03) $x^2 + 8x > 33$

Rpta.:

04) $x^2 - 10x < -9$

Rpta.:

05) $x^2 + 2x - 63 < 0$

Rpta.:

06) $-x^2 + 5x + 4 < 0$

Rpta.:

07) $2x^2 - x - 3 \leq 0$

Rpta.:

08) $3x^2 - 2x - 8 \geq 0$

Rpta.:

09) $2x(x - 3) < 5$

Rpta.:

10) $(x + 3)^2 - 3x > 8$

Rpta.:

11) $(x + 5)(3x - 2) \leq x$

Rpta.:

12) $4x(x - 5) \geq 12$

Rpta.:

TEMA: NÚMEROS COMPLEJOS

Introducción:

A lo largo de toda la historia los conjuntos numéricos fueron apareciendo progresivamente de acuerdo a la necesidad; así fue por ejemplo llegamos al problema de resolver la ecuación:

$$x^2 + 1 = 0$$

Donde vemos que no hay valor real que verifique dicha igualdad. Debido a este problema surge la necesidad de crear un nuevo campo numérico que contenga a números que resuelvan este tipo de ecuaciones. Ahora sabemos que existe un número de la forma: i = (0 ; 1), llamado unidad imaginaria; que es un número complejo que verifica dicha ecuación:

Actualmente el campo de los números complejos se ha desarrollado enormemente que forma las bases de los diferentes avances de la ciencia especialmente en los campos de las electrónica, telecomunicaciones y de la navegación espacial.

Definición: El sistema de números complejos es un conjunto de pares ordenados de la forma: (a ; b) donde a y b $\in$ R, además en dicho conjunto están definidas las operaciones de adición, multiplicación y una relación de igualdad.

Al conjunto de números complejos que es denotada por C, también se el denomina campo pues dicho conjunto se cumple los axiomas de los números reales.

$$C = \{(a ; b) / a \in R ; b \in R\}$$

Notación:
Sea Z un número complejo; entonces:

$$Z = (a ; b)$$

a : PARTE REAL
b : PARTE IMAGINARIA también se denota así:

$$\boxed{\begin{array}{l} Re_{(Z)} = a \\ Im_{(Z)} = b \end{array}}$$

Ejemplo:

* $z = (3 ; -4) \Rightarrow \begin{cases} Re(z) = 3 \\ Im(z) = -4 \end{cases}$

* $w = (1 ; 0) \Rightarrow \begin{cases} Re(w) = 1 \\ Im(w) = 0 \end{cases}$

Relación de Igualdad

Sean: $z = (a ; b)$ y $w = (c ; d)$ entonces:

Si : $\boxed{z = w \Rightarrow a = c \wedge b = d}$

Operaciones en el Campo Complejo

Sean: $z = (a ; b)$
$w = (c ; d)$

- **Adición**

$$z + w = (a + c ; b + d)$$

- **Multiplicacion**

$$z \cdot w = (a \cdot c - b \cdot d \; ; \; a \cdot d + b \cdot c)$$

Ejemplos:

Sean: $z = (3 ; 4)$
$w = (2 ; 1)$

Entonces:

$z + w = (3 + 2 ; 4 + 1) = (5 ; 5)$

Además $Re(z + w) = 5$
$Im(z + w) = 5$

$$z \cdot w = (3 \times 2 - 4 \times 1 \,;\, 3 \times 1 + 4 \times 2)$$
$$= (2 \,;\, 11)$$

$Re(z \cdot w) = 2$
$Im(z \cdot w) = 11$

Nota: En el campo de los complejos; no se puede hablar de relación de orden; es decir; no se puede afirmar que un número complejo sea mayor que otro o viceversa.

Clasificación de los Complejos:

A. Complejo Real

Sea: $z = (a \,;\, b)$ ser complejo real si:
$Im(z) = b = 0 \quad \wedge \quad a \neq 0$

Es decir: $z = (a \,;\, 0)$

B. Complejo Imaginario Puro

Sea: $z = (a \,;\, b)$ será imaginario puro si:
$Re(z) = a = 0 \quad \wedge \quad b \neq 0$

Es decir: $z = (0 \,;\, b)$

C. Complejo Nulo

Sea: $z = (a \,;\, b)$ será complejo nulo si:
$Re(z) = a = 0$
$Im(z) = b = 0$

Es decir: $z = (0 \,;\, 0)$

RELACIÓN ENTRE COMPLEJOS

A. Complejos Conjugados

Sea: z = (a ; b) entonces su conjugada denotada por: $\overline{Z}$ será:

$$\overline{Z} = (a ; -b)$$

- Propiedades de la conjugada

  Sea: z y w números complejos:

  1. $\overline{z \cdot w} = \overline{z} \cdot \overline{w}$
  2. $(\overline{z})^2 = \left(\overline{z^2}\right)$
  3. $\overline{z \pm w} = \overline{z} \pm \overline{w}$
  4. $\overline{\overline{z}} = z$

B. Complejos Opuestos

Sea: z = (a ; b) entonces su opuesto estará denotado por –z = z* y será:

$$-z = z^* = (-a ; -b)$$

PROBLEMAS APLICATIVOS

1. Demostrar la propiedad $\overline{z \cdot w} = \overline{z} \cdot \overline{w}$

Solución:

Sean: z = (a ; b)
w = (c ; d)

$$\rightarrow \overline{z \cdot w} = \overline{(ac - bd ; ad + bc)}$$
$$= (ac - bd ; -ad - bc) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (I)$$

$$\rightarrow \overline{z} \cdot \overline{w} = (a ; -b) . (c ; -d)$$
$$= (ac - (-b)(-d) ; a(-d) + (-b)c)$$
$$= (ac - bd ; -ab - bc) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (II)$$

Ahora comparando (I) y (II) podemos deducir que:

$$\overline{z \cdot w} = \bar{z} \cdot \bar{w}$$

2. Si "z" es un número complejo; marque la verdad o falsedad de cada una de las siguientes preposiciones:

I. Si $Re(z) = z \quad \Rightarrow \quad$ z es un complejo real
II. Si $Im(z) = z \quad \Rightarrow \quad$ z es un complejo imaginario puro
III. $Re(z) - Re\left(\bar{z}\right) = 0$
IV. $Im(z) + Im\left(\bar{z}\right) = 0$

<u>Solución</u>:

La I y la II proposición la realizaremos mas adelante cuando hayamos definido la unidad imaginaria

II. Sea $z = (a\,;\,b)$

$\rightarrow \quad \bar{z} = (a\,;\,-b)$

$$\underbrace{\underbrace{Re(z)}_{a} - \underbrace{Re(\bar{z})}_{a}}_{0} = 0 \quad \rightarrow \text{Es verdadera}$$

III. Sea $z = (a\,;\,b)$

$\rightarrow \quad \bar{z} = (a\,;\,-b)$

$$\underbrace{\underbrace{Im(z)}_{b} - \underbrace{Im(\bar{z})}_{(-b)}}_{0} = 0 \quad \rightarrow \text{Es verdadera}$$

3. Si $z = (a \,.\, b \,;\, ab)$ y $\overline{z} = (12 \,;\, 9)$
Hallar a y b

<u>Solución</u>:
Sabemos que $\overline{z} = (ab \,;\, -3b) = (12 \,;\, 9)$

$\rightarrow$ $ab = 12$ .... (I)
$-3b = 9$ .... (II)

$$\boxed{b = -3}$$

Reemplazando b en la ecuación (i)

$a(-3) = 12$

$$\boxed{a = -4}$$

4. Si $z = (a \,;\, b)$ y además
$z + \overline{z} \,.\, z^* = (3 - a^2 \,;\, 1)$

Entonces hallar a y b

<u>Solución</u>:

Hallando el primer termino de la ecuación

$$z + \overline{z} \,.\, z^*$$
$$(a \,;\, b) + (a \,;\, -b)(-a \,;\, -b)$$
$$(a \,;\, b) + (a(-a) - (-b)(-b) \,;\, a(-b) + (-a)(-b))$$
$$(a \,;\, b) + (-a^2 - b^2 \,;\, -ab + ab)$$
$$(a - a^2 - b^2 \,;\, b) = z + \overline{z} \,.\, z^*$$

Ahora comparando con el segundo miembro:

$$(a - a^2 - b^2 \,;\, b) \quad = \quad (3 - a^2 \,;\, 1)$$

$\Rightarrow$ $\boxed{b = 1}$

$a - a^2 - b^2 = 3 - a^2$

$a-(1)^2=3$

$$\boxed{a=4}$$

5. Si $z=(a\,;\,b)$

$w=(c\,;\,d)$ $\quad\wedge\quad$ $\overline{z\cdot w}+\overline{z}\cdot\overline{\overline{v}}=3\overline{(w+\overline{v})^2}$

$v=(e\,;\,f)$

Entonces hallar $\dfrac{\overline{z}}{\overline{w}+\overline{\overline{v}}}$

Solución:

La idea no es reemplazar los valores de z, w, y v en la ecuación; sino que utilizaremos las propiedades de la conjugada.

<u>**Ojo**</u>: Cabe señalar que los números complejos cumplen con todas las propiedades de los números reales excepto la relación de orden por tanto se les puede sumar, dividir, factorizar, sustraer, potencias, etc.

$$\overline{z\cdot w}+\overline{z}\cdot\overline{\overline{v}}=3\overline{(w+\overline{v})^2}$$

Por la propiedad: $\overline{z\cdot w}=\overline{z}\cdot\overline{w}$

$$\overline{z\cdot w}+\overline{z}\cdot\overline{\overline{v}}=3\overline{(w+\overline{v})^2}$$

Por la propiedad: $\overline{\overline{v}}=v$

$$\overline{z\cdot w}+\overline{z}\cdot\overline{\overline{v}}=3\overline{(w+\overline{v})^2}$$

Por la propiedad: $\overline{z^2}=\left(\overline{z}\right)^2$ y factorizando el primer miembro

$$\overline{z\cdot w}+\overline{z}\cdot\overline{\overline{v}}=3\overline{(w+\overline{v})^2}$$

Por la propiedad: $\overline{z+w}=\overline{z}+\overline{w}$

$$\overline{z}(\overline{w}+v)=3(\overline{w}+\overline{\overline{v}})^2$$

$$\overline{z}(\overline{w}+v) = 3(\overline{w}+v)^2$$

$$\frac{\overline{z}(\overline{w}+v)}{(\overline{w}+v)^2} = 3$$

$$\frac{\overline{z}}{\overline{w}+v} = 3 \Rightarrow \boxed{\frac{\overline{z}}{\overline{w}+\overline{\overline{v}}} = 3}$$

Notas:

1. El número complejo real Z = (a ; 0) equivale al número real "a"; es decir:

$$z = (a\,;\,0) = a = \mathrm{Re}(z)$$

2. Dado el número complejo z = (a ; b) y k una constante que pertenece a los reales ($k \in R$)

$$\Rightarrow kz = k(a\,;\,b) = (ka\,;\,kb)$$

3. Siendo Z un complejo de la forma Z = (a ; b); entonces:

$$z + z^* = (0\,;\,0) = 0$$
$$z + \overline{z} = 2(a\,;\,0) = 2a$$

6. Si z = (a + b ; a – b + 1) y z + 3 = 9; además z es un complejo real. Hallar el complejo z.

Solución:

* Como z es un complejo real entonces:

$$\mathrm{Re}(z) = z = a + b \quad \ldots\ldots. \quad (1)$$
$$\mathrm{Im}(z) = a - b + 1 = 0 \quad \ldots\ldots. \quad (2)$$

Reemplazando (1) en la ecuación propuesta

$$
\begin{aligned}
z \quad + \quad 3 &= 9 \\
a + b + 3 &= 9 \\
a + b \qquad &= 6 \quad \ldots\ldots \quad (\alpha)
\end{aligned}
$$

De la ecuación (2)

$$
\begin{aligned}
a - b + 1 &= 0 \\
a - b \qquad &= -1 \quad \ldots\ldots \quad (\beta)
\end{aligned}
$$

Sumando $(\alpha) + (\beta)$

$$
\begin{array}{rcrcr}
a & + & b & = & 6 \; + \\
a & - & b & = & -1 \\
\hline
2a & & & = & 5
\end{array}
$$

$$\Rightarrow \boxed{a = 5/2}$$

Restando $(\alpha) - (\beta)$

$$
\begin{array}{rcrcr}
a & + & b & = & 6 \; - \\
-(a & - & b & = & -1) \\
\hline
 & & 2b & = & 7
\end{array}
$$

$$\Rightarrow \boxed{b = 7/2}$$

Por lo tanto

$$
\begin{aligned}
z &= (a + b\, ;\, a - b + 1) \\
z &= (5/2 + 7/2\, ;\, 5/2 - 7/2 + 1)
\end{aligned}
$$

$$\boxed{z = (6\, ;\, 0)}$$

7. Si $z = (2m + 5\, ;\, n + 2)$ y

$$
\begin{aligned}
Re(z^*) &= -13 \\
Im(\bar{z}) &= -8
\end{aligned}
$$

Hallar z

<u>Solución</u>:

Primero hallamos $\bar{z}$ y z^*

$$\bar{z} = (2m + 5 ; -n - 2)$$
$$z^* = (-2m - 5 ; -n - 2)$$

Ahora $Re(z^*) = -2m - 5 = -13$

$$-2m = -8$$
$$\boxed{m = 4}$$

También $Im(\bar{z}) = -n - 2 = -8$

$$-n = -6$$
$$\boxed{n = 6}$$

Por lo tanto: $z = (2m + 5 ; n + 2)$

$$z = (2(4) + 5 ; 6 + 2)$$
$$\boxed{z = (13 ; 8)}$$

Otra forma de resolver:

$$z = (\underbrace{2m+5}_{a} ; \underbrace{n+2}_{b})$$

Entonces: $z = (a ; b)$

Ahora $\bar{z} = (a ; -b)$

$z^* = (-a ; -b)$

Pero $Re(z^*) = -13 = -a \rightarrow a = 13$

$Im(\bar{z}) = -8 = -b \rightarrow b = 8$

$$\therefore z = (13 ; 8)$$

Como vemos amigo lector existen muchas formas de resolver un mismo problema, todo depende de la capacidad de cada alumno.

8. En esta parte resolveremos el problema N° 6 de una manera mas rápida.

Solución:

$$z = (\underbrace{a+b}_{m} \, ; \, \underbrace{a-b+1}_{n})$$

Llamemos:

$\Rightarrow$ Como z es un complejo real $\rightarrow$ n = 0

y Re(z) = m = z $\rightarrow$ m + 3 = 9

m = 6

$\therefore$ z = (m ; n)

z = (6 ; 0)

9. Hallar w si, z = (3 ; 2) y R = (4 ; 5) y T = (1 ; 6), además w = 2z + R .T – R

Solución:

w = 2z + R .T – R

w = 2 (3 ; 2) + (4 ; 5) (1 ; 6) – (4 ; 5)

w = (6 ; 4) + (4 – 30 ; 24 + 5) – (4 ; 5)

w = (6 ; 4) + (-26 ; 29) – (4 ; 5)

w = (-20 ; 33) – (4 ; 5)

w = (-24 ; 28)

$$\boxed{w = 4(-6 \, ; \, 7)}$$

10. Hallar z, si w = (3 ; 2) ; m = (2 ; 4) y $z = 5 + w^2 + wm - w + m$

Solución:

$z = w^2 + wm + m - w + 5$

z = (3 ; 2)(3 ; 2) + (3 ; 2)(2 ; 4) + (2 ; 4) – (3 ; 2) + 5

z = (9 – 4 ; 5 + 6) + (3 x – 2 x 4 ; 3 x 4 + 2 x 2) + (-1 ; 2) + 5

z = (5 , 12) + (-2 ; 16) + (-1 ; 2) + 5

z = (5 – 2 – 1 ; 12 + 16 + 2) + 5

z = (2 ; 30) + 5$\rightarrow$ Es un complejo real; se puede expresar así: (5 ; 0)

z = (2 ; 30) + (5 ; 0)

$$\boxed{z = (7 \, ; \, 30)}$$

PROBLEMAS PARA LA CLASE

Siendo $W = (1\,;2)$; $Z = (3\,,5)$
$U = (4\,;1)$ y $T = (1\,;1)$

Resolver:

01) $W \cdot T + ZU$

02) $4Z - t + 6U$

03) $3(Z + U) + 2(W - T)$

04) $T^2 + 2TU + U^2$

05) $5Z \cdot W - Z + T$

06) $W(T + 1) - 7Z$

07) $U + 5T - 1 + W$

08) $4(W + 2) - 4(U - 2)$

09) $WT + Z \cdot W + T + Z$

10) $10(1 - Z) \cdot U + 3W^2$

11) $T^3 + U$

12) Si $Z = (a\,;b)$ comprobar la falsedad o veracidad de las siguiente afirmaciones:

I. Si $a = b = 1 \rightarrow z^2$ es una complejo imaginario puro.

II. $z + \overline{z}$ es un complejo real.

III. $\overline{z} = (\mathrm{Re}(z); \mathrm{In}(z))$

IV. $\mathrm{In}\,(\overline{z}.z^*) \neq 0$

13) Si $W = (m \cdot n\,;2n)$ y $\overline{W} = (24\,;6)$, hallar m y n

14) $\overline{z} = (A - 3\,,12)$ y $Z = (M\,;B - 1)$ y Z es un complejo imaginario puro. Hallar A y B

15) Si $W = (m \cdot n)$ y $w + w^* \cdot \overline{w} = (5 - m^2\,;3)$. Hallar w

16) Si $z = (a + b\,;a - b + 5)$ y $\overline{z} + 1 = 6$, donde z es un complejo real. Hallar z.

17) Si $w = (3m - 2; 1 - n)$ y $\mathrm{Re}(w^*) = -2$ $\mathrm{Im}(\overline{w}) = 12$; Hallar m y n

18) Si $z = (a + ba; 2c)$; $\mathrm{Re}(z + 1) = 6$ $\wedge$ $(\overline{z})^* = (-2 + a; 16)$; hallar z.

19) Hallar $\dfrac{w + w \cdot w^*}{1 - \overline{\overline{w}}}$; si $w = (2\,;1)$

20) Si (z^*) no es nulo y k es un número cualquiera donde $kz = 0$, entonces hallar k.

PROBLEMAS PARA LA CASA

01) Hallar $3R(R + 1) + 9$; si $R^* = (2 ; 1)$

a) (3 , 1) b) (-3 ; 1)
c) (1 ; 3) d) (-1 ; 3)
e) (-1; 2)

02) Si $Im(w) = Re(w^*) \wedge w = 5z$, donde $z^2 = (0 ; -2)$; hallar w.

a) (1 ; -1) b) (-5 ; 5)
c) (5 ; 5) d) (1 ; 1)
e) (3 ; 5)

03) Hallar R si $w = (1 ; 2) \wedge z = (2 ; 1)$; $R = wz - z^2 - w^2 + 3$

a) (-3 ; 5) b) (5 ; 3)
c) (2 ; 1) d) (2 ; -1)
e) (8 ; 1)

04) Si $z^* - 1 = 5$, donde es un complejo real. Hallar z

a) (2 ; 0) b) (-3 ; 0)
c) (4 ; 0) d) (-6 ; 0)
e) (3 ; 0)

05) Si: $Re(z) = z$ entonces, hallar $Im(z)$

a) 1 b) 0
c) z d) –z
e) 2

06) Hallar z si $z = w^4 + w^2 + 1$, donde $w = (0 , 1)$

a) (0 ; 0) b) (1 ; 0)
c) (0 ; 1) d) (-1 ; 0)
e) (0 ; -2)

07) Si: $R = (2 ; 1)$, $U = (1 ; 3)$, $Z = (0 ; 2)$, hallar w, siendo $W = RU + ZU + RZ$

a) (13 , 4) b) (2 ; 7)
c) (-2 ; 7) d) (-9 ; 13)
e) (-4 ; 8)

08) Si: $R = (3 ; 5)$, $Z = (2 ; 6)$, $W = (5 ; 5) \Rightarrow$ Hallar

$$2(R + Z) + \frac{1}{5}W$$

a) (11 ; 23) b) (23 ; 2)
c) (11 ; 3) d) (3 ; 2)
e) (11 ; 1)

09) Halar Q si $Z = (0 ; 1) \wedge Q = 1 + z + z^2 + z^3$

a) 1 b) -1
c) 0 d) 2
e) 3

10) $W = (0 ; 1)$ $Z = (1 ; 0)$
$T = (3 ; 1)$ $U = (1 ; 3)$

Hallar $M = U + Z^3 + WT$

a) (6 , 2) b) (1 ; 6)
c) (2 ; 1) d) (-2 ; 1)
e) (3 ; 1)

11) Hallar $R^2W + 1 - m$ si: $R = (3; 2) \wedge W = (1 ; 1)$ $m = (4 ; 2)$

a) (15 ; 10)
b) (-15;-10)
c) (-10 ; 15)
d) (10 ; 15)
e) (-10 ; 10)

12) Si w (2m + 1 – n ; n + 2 + m) $\wedge$ $Re(\overline{w}) = 13$; $Im(w^*) = -8$, hallar m . n

a) $m = 0 \wedge n = 6$
b) $m = 6 \wedge n = 0$
c) $m = -6$; $n = 1$
d) $m = -1$; $n = 6$
e) $m = 0 \wedge n = 1$

13) Si: $Z = (m + n ; 8m - 1)$ $z^* = (-3 ; -9)$, hallar

a) $m = 7/4 \wedge n = 5/4$
b) $m = 7/5 \wedge n = 1$
c) $m = 4/5 \wedge n = 4/7$
d) $m = 5/7 \wedge n = 7/4$

14) Si tenemos el siguiente complejo: $z = (m+ n - 20n ; 3n)$ sabiendo que es idéntico a otro complejo “w”, donde: $w = (20 ; 9)$; hallar: $m - n$

a) 77
b) 74
c) 70
d) 73
e) 72

15) Si tenemos el siguiente complejo $z = (3n +m ; 4m)$; si su parte imaginaria (Im(z)) es igual a 8 y su parte real (Re(z)) es igual al número 5; hallar: m + n

a) 3
b) 5
c) 6
d) 7
e) 8

Los niños son como el
cemento fresco.
Todo lo que les cae deja
una impresión indeleble.

W. Stekel

TEMA: RAÍCES DE LA UNIDAD IMAGINARIA

Definición: Esta notación fue propuesta por primera vez por Euler y podemos definirla de la siguiente manera: "El número complejo imaginario puro de segunda componente igual a 1; se denomina unidad imaginaria y se denota por i"

Es decir: $\boxed{\begin{matrix}\text{unidad} \\ \text{imaginaria}\end{matrix} = i = (0\ ;\ 1)}$

Notación de Euler : $\boxed{i = \sqrt{-1}}$

Ojo: Sabemos que en el campo de los números reales el radicando de un raíz cuadrada siempre debe ser positiva; pero aquí introducimos una nueva expresión $\sqrt{-1}$ cuyo radicando (-1) es negativo; es por esto que se le denomina imaginario.

Ejemplos:

- $\sqrt{-5} = \sqrt{(-1)(5)} = \sqrt{5}\cdot\sqrt{-1} = \sqrt{5}i$
- $\sqrt{-4} = \sqrt{4\cdot(-1)} = \sqrt{4}\cdot\sqrt{-1} = 2i$
- $5\sqrt{-9} = 5\sqrt{9}\cdot\sqrt{-1} = 3\cdot 3i = 9i$
- $\dfrac{1}{5}\sqrt{-5} = \dfrac{1}{5}\sqrt{5}\cdot\sqrt{-1} = \dfrac{\sqrt{5}}{5}i$

Teorema Fundamental

$$\boxed{i^2 = -1}$$

Demostración:

$i^2 = i \times i$
$i^2 = (0\ ;\ 1)(0\ ;\ 1)$
$i^2 = (-1\ ;\ 0) \rightarrow$ Complejo Real
$i^2 = -1$

Potencias de la Unidad Imaginaria

Sabemos que $i^1 = i$ y hemos demostrado que $i^2 = 1$, conocido esto podemos deducir todas las demás potencias de i, pero es recomendable que conozcamos como principales las siguientes:

$$
\begin{aligned}
&i^1 = i \\
&i^2 = -1 \\
&i^3 = i^2 \times i = -i \\
&i^4 = (i^2)^2 = (-1)^2 = 1
\end{aligned}
$$

De aquí se tiene

$$
\left.\begin{array}{ccc}
i^1 & = & i \\
i^2 & = & -1 \\
i^3 & = & -i \\
i^4 & = & 1
\end{array}\right|
$$

Además, sabemos que: $i^2 = -1 \Rightarrow i \cdot i = -1 \Rightarrow i = \frac{-1}{i}$; $-i = \frac{1}{i}$, de esta ultima igualdad, elevándola al cuadrado, al cubo, a l cuarta obtenemos lo siguiente:

$$
\boxed{\begin{array}{ccc}
1/i^1 & = & -i \\
1/i^2 & = & -1 \\
1/i^3 & = & i \\
1/i^4 & = & 1
\end{array}}
\quad < > \quad
\boxed{\begin{array}{ccc}
i^{-1} & = & -i \\
i^{-2} & = & -1 \\
i^{-3} & = & i \\
i^{-4} & = & 1
\end{array}}
$$

Resultados Importantes

$(1 + i)^2 = 2i$	$(1 - i)^2 = -2i$
$(1 + i)^3 = 2i - 2$	$(1 - i)^3 = -2i - 2$
$\frac{1+i}{1-i} = i$	$\frac{1-i}{1+i} = -i$
$i + i^2 + i^3 + i^4 = 0$	

PROBLEMAS APLICATIVOS

1. Hallar $(1 + i)^2$

Solución:

$$(1 + i)^2 = (+ i)(1 + i)$$

Aplicando la propiedad distributiva de la multiplicación tenemos:

$$(1 + i)^2 = 1 \times 1 + 1 \times i + i \times 1 + i \times i$$
$$= 1 + i + i + \underbrace{i^2}_{-1}$$
$$(1 + i)^2 = 1 + 2i - 1$$
$$\boxed{(1+i)^2 = 2i}$$

2. Hallar $(1 + i)^3$

Solución:

$$(1 + i)^3 = \underbrace{(1+i)^2}_{} \cdot (1 + i)$$

Del problema anterior = 2i

$$(1 + i)^3 = 2i\,(1 + i)$$
$$= 2i + 2i \times i$$
$$= 2i + \underbrace{2i^2}_{-1}$$
$$= 2i + 2 \cdot (-1)$$
$$\boxed{(1+i)^3 = -2 + 2i}$$

3. Calcular $(1 - i)^2$

Solución:

$$(1 - i)^2 = (1 - i)(1 - i)$$
$$= 1 \times 1 + 1 \times (-i) \times 1 + (-i)(-i)$$
$$= 1 - i - i + \underbrace{i^2}_{-1}$$

$$= 1 - 2i - 1$$

$$\boxed{(1-i)^3 = -2i}$$

4. Calcular $(1 - i)^3$

Solución:

$$(1-i)^3 = \underbrace{(1-i)^2}_{-2i}(1-i)$$

$$= -2i(1-i)$$

$$= -2i + 2i^2$$

$$\boxed{(1-i)^3 = -2-2i}$$

5. Hallar $(1 + i)^4$

Solución:

$$(1+i)^4 = \underbrace{(1+i)^2}_{2i}\underbrace{(1+i)^2}_{2i}$$

$$= 4i^2$$

$$\boxed{(1+i)^4 = -4}$$

6. Calcular: $\frac{1}{i}$

Solución:

$$\frac{1}{i} = \frac{1}{i}\times\frac{i}{i}$$

AL multiplicar tanto al numerador como al denominador por una misma cantidad; la división no se altera.

$$\frac{1}{i} = \frac{i}{i^2}$$

$$\frac{1}{i} = \frac{i}{-1} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{1}{i} = -i}$$

7. Calcular: $\dfrac{1+i}{1-i}$

<u>Solución</u>:

$$\frac{1+i}{1-i} = \frac{(1+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)}$$

Desarrollando el numerador:

$$= \frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)}$$

$$= \frac{2i}{(1-i)(1+i)}$$

Desarrollando el denominador:

$$= \frac{2i}{1+i-i-i^2}$$

$$= \frac{2i}{1-\underbrace{i^2}_{-1}}$$

$$\frac{1+i}{1-i} = \frac{2i}{1-(-1)}$$

$$= \frac{2i}{2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{1+i}{1-i} = i}$$

8. Hallar $\dfrac{1-i}{1+i}$

<u>Solución</u>:

$$\frac{1-i}{1+i} = \frac{(1-i)}{(1+i)} \cdot \frac{(1-i)}{(1-i)}$$

$$= \frac{1-i-i+i^2}{1-i+i-i^2}$$

$$= \frac{1 - 2i + i^2}{1 - i^2}$$

$$= \frac{1 - 2i + (-1)}{1 - (-1)}$$

$$= \frac{-2i}{2}$$

$$\boxed{\frac{1-i}{1+i} = -i}$$

9. Calcular: $i + i^2 + i^3 + i^4$

Solución:

Llamemos $k = i + \underbrace{i^2}_{} + \underbrace{i^3}_{} + \underbrace{i^4}_{}$

$k = i + (-1) + (-i) + (1)$

$k = i - 1 - i + 1$

$k = 0$

10. Resolver: $\sqrt{2i}$

Solución:

Sabemos que $(1 + i)^2 = 2i$

Por lo tanto:

$$\sqrt{2i} = \sqrt{(1+i)^2}$$

$$\boxed{\sqrt{2i} = 1 + i}$$

11. Resolver: $\sqrt{2(1+i)\sqrt{-2i}}$

Solución:

Sea: $R = \sqrt{2(1+i)\sqrt{-2i}}$

$R = \sqrt{2(1+i)\sqrt{(1-i)^2 i}}$

$R = \sqrt{2(1+i)(1-i)}$

$$R = \sqrt{2(1-1+i-\underbrace{i^2}_{(-1)})}$$

$$R = \sqrt{2(1+1)}$$

$$R = \sqrt{4} \qquad \therefore \qquad \boxed{R = 2}$$

12. Si: w = 1 + 2i y T = 2 + i, hallar $\dfrac{W}{T}$

Solución:

Sea $R = \dfrac{W}{T}$

$$R = \frac{1+2i}{2+i} \times \frac{(2-i)}{(2-i)}$$

$$R = \frac{(1+2i)(2-i)}{(2+i)(2-i)}$$

$$R = \frac{2-i+4i-2i^2}{4-2i+2i-i^2}$$

$$R = \frac{2+3i-2(-1)}{4-(-1)}$$

$$R = \frac{4+3i}{5}$$

$$\boxed{R = \frac{4}{5} + \frac{3}{5}i}$$

13. Resolver: $M = \dfrac{3+i}{1-i}$

Solución:

$$M = \frac{3+i}{1-i} \cdot \frac{(1+i)}{(1+i)}$$

$$M = \frac{3+3i+i+i^2}{1+i-i-i^2}$$

$$M = \frac{3+4i+(-1)}{1-(-1)}$$

$$M = \frac{2+4i}{2}$$

$$\boxed{M = 1+2i}$$

14. Resolver: $R = i^{20}$

Solución:

$$R = i^{20}$$

Por leyes de exponentes

$$R = i^{4\times 5}$$

$$R = (\underbrace{i^4}_{1})^5$$

$$R = (1)^5$$

Pero como 1 elevado a cualquier exponente siempre es uno; entonces $\boxed{R = 1}$

"El que aprende y aprende
y no practica lo que aprende,
es como el que ara y ara
y nunca siembra"

Platón

PROBLEMAS PARA LA CLASE

01) Hallar M si:

$M = 3 + 2i(1 - i) + i$

* Simplificar las siguientes expresiones:

02) $R = (1 + i)i + (1 - i)(i + 1)$

03) $M = \dfrac{3i+1}{i} - 6 + 3i$

04) $S = \dfrac{8}{5} + \dfrac{1}{5}(3i+1)^2 - i$

05) $T = (2 - i)(2 + i) - (2 + 2i)i$

06) $R = \dfrac{4}{i-1} + \dfrac{2}{i+1} + 1$

07) $M = 3i + \dfrac{(6i-1)}{i} + (3i)^2$

08) $S = (2 + i)(i - 2)(2 - i)(i)$

09) $T = 5\dfrac{(i-1)}{4i} + \dfrac{4}{5} \cdot \dfrac{i}{(i-1)}$

10) $R = \dfrac{1}{i+1} + \dfrac{i+1}{i} + \dfrac{i}{1-i}$

11) $M = i\left[\dfrac{1}{i} \cdot \sqrt{2i} + i\right]$

12) $S = 2i + 5(3i + 2)i - (i + 1)^2$

13) $T = (2i)^3 + (2i)^2 + (2i) - 1$

14) $U = (5 + i) - (i + 5)i - 5i$

15) $R = \dfrac{2+i}{3-i} + \dfrac{3i}{10}$

16) Resolver la siguiente expresión:

$$E = \sqrt{i - \sqrt{2i}}$$

17) Simplificar:

$$M = \frac{1-i}{1+\dfrac{1+i}{1-i}}$$

18) Hallar :

$$N = \frac{i}{1-i+\dfrac{i}{1+i}}$$

19) Calcular: i^7

20) Calcular: $i^5 + i^6 + i^7 + i^8$

PROBLEMAS PARA LA CASA

01) Hallar z si:

$$Z = i^3 + (1 - i)i^5 + i(4 - i)$$

a) 1 + 2i
b) 2(1 + 2i)
c) 1 – 2i
d) 2(2 + i)
e) 1 + 3i

02) Resolver: $-2i + \dfrac{5+i}{-i} + 5$

a) 7 + 4i
b) 7 – 4i
c) 4 – 7i
d) 4 + 7i
e) 7 – 5i

03) $\sqrt{2}i + \dfrac{i+\sqrt{3}}{i-\sqrt{3}} + 3i = w$. Hallar w

a) $1 + \left(6 + \sqrt{3} + \sqrt{2}\right)i$

b) $\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2}\left(6 + \sqrt{3} + \sqrt{2}\right)i$

c) $\left(6 + \sqrt{3} + \sqrt{2}\right)i$

d) $\dfrac{1}{2}\left(6 + \sqrt{3} + \sqrt{2}\right)i$

e) N.A.

04) $1 + \dfrac{3i}{1 - \dfrac{i}{2}}$

a) (5 + i) / 12
b) (12i – i) / 12
c) (12i – 1) / 5
d) (1 – 12i) / 5
e) N.A.

05) Hallar: $i + i3 + (2i)^2 - 3i$

a) 4 + 3i
b) 4 – 3i
c) –4 + 3i
d) –(4 + 3i)
e) N.A.

06) Calcular: $i - i^2 + i^3 - i^4$

a) 1
b) 0
c) i
d) –i
e) -1

07) Hallar: $\dfrac{1+i}{1-i} - \dfrac{1-i}{1+i}$

a) i
b) –i
c) 2i
d) 0
e) -1

08) Resolver: $\dfrac{3+i}{5-i} + \dfrac{3i}{1+i} - \dfrac{1}{i}$

a) (73 – 53i) / 26
b) (53 + 73i) / 26
c) (53 + 73)i / 26
d) (53 – 73i) / 26
e) N.A.

09) Calcular: $\sqrt[3]{-2\sqrt[3]{2(i-1)}}$

a) 1 + i
b) 1 – i
c) i
d) –i + $\sqrt{3}$
e) 1-2i

10) Resolver: $\dfrac{3i-\sqrt{2}}{\sqrt{2}+3i}$

a) $\left(7+6\sqrt{2}i\right)/11$
b) $\left(6+7\sqrt{2}i\right)/13$
c) $6\sqrt{2}i/13$
d) $7\sqrt{2}i/11$
e) N.A.

11) Calcular: i^{31}

a) –i
b) i
c) 0
d) 1
e) -1

12) Hallar: $i-\dfrac{1}{i}+\dfrac{2i}{i}+5$

a) 2 + 7i
c) 7 – 2i
c) 7 + 2i
d) 2 – 7i
e) N.A.

13) Hallar: $\dfrac{1}{i}+\dfrac{1}{i^2}+\dfrac{1}{i^3}+\dfrac{1}{i^4}$

a) 0
b) 1
c) -1
d) i
e) -2

14) Hallar: $\dfrac{1}{i}+\dfrac{2}{i^2}+\dfrac{i}{1}+\dfrac{i^2}{2}$

a) 5i/2
b) 2/5
c) -5/2
d) -2i/5
e) 2/7

15) Hallar: $i^2+i^3+i^4-3i^5-\dfrac{1}{i^4}$

a) -3i – 1
b) -4i – 1
c) -3i + 2
d) -4i + 1
e) N.A.

Si se habla y actúa con espíritu sereno, entonces la felicidad nos sigue como la sombra que no nos abandona.

Buda

TEMA: CANTIDADES IMAGINARIAS

Forma Binómica de un Número Complejo:

Siendo Z = (a ; b) un número complejo, entonces su forma binómica viene dado por:

Donde : a y b son número reales
i : unidad imaginaria

Demostración:

$$z = (a\,;\,b)$$

$$z = \underbrace{(a\;;\;0)}_{\text{Complejo Real}} + \underbrace{(0\;;\;b)}_{\text{Complejo Imaginario Puro}}$$

$$z = a\underbrace{(1\;;\;0)}_{1} + b\underbrace{(0\;;\;i)}_{i}$$

$$\therefore\; z = a + bi = (a\,;\,b)$$

Demostración:

- Z = (3 ; 2) $\Rightarrow$ Su forma binómica es: 3 + 2i
- W = (2 ; $\sqrt{3}$) $\Rightarrow$ Su forma binómica es: w = 2 + $\sqrt{3}$ i
- R = (0 ; -3) $\Rightarrow$ Su forma binómica es: R = 0 – 3i = -3i
- T = (2 ; 0) $\Rightarrow$ Su forma binómica es: T = 2 + 0i = 2

Habíamos visto números complejos iguales, opuestos y conjugados (en forma de par ordenado) ahora lo veremos en forma binómica.

Números Complejos Iguales:

Siendo z = a +bi $\wedge$ w = c +di

Diremos que z = w Si: a = c $\wedge$ b = d

Números Complejos Opuestos:

Siendo z = a + bi, entonces su opuesto es z* = -a – bi

Es decir: (a +bi) y (a – bi) son complejos opuestos

Números Complejos Conjugados:

Siendo z = a + bi, entonces su conjugado es $\bar{z} = a - bi$
Es decir: (a + bi) y (a – bi) son complejos conjugados
Donde a ; b son reales

$$\boxed{\text{NOTA :} \quad z^2 = z \cdot \bar{z}}$$

Operaciones en Forma Binómica:

Sea $z = a + bi$
$w = c + di$

1. ADICIÓN

$$z + w = a + c + (b + d)i$$

2. SUSTRACCION

$$z - w = a - c + (b - d)i$$

3. MULTIPLICACION

$$z \cdot w = (ac - bd) + (ad + bc)i$$

4. DIVISIÓN

$$\frac{z}{w} = \left(\frac{ac + bd}{c^2 + d^2}\right) + \left(\frac{bc - ad}{c^2 + d^2}\right)i$$

Ejemplos:

Si $z = 2 - 3i \quad \wedge \quad w = -3 + 5i$

$$\Rightarrow \quad \frac{z}{w} = -\frac{21}{34} - \frac{1}{34}i$$

Nota:

- $Im(z) + Im(w) = Im(z + w)$
- $Re(z) + Re(w) = Re(z + w)$

PROBLEMAS APLICATIVOS

1. Demostrar que $\dfrac{z}{w} = \left(\dfrac{ac+bd}{c^2+d^2}\right) + \left(\dfrac{bc-ad}{c^2+d^2}\right)i$

Si $z = a + bi$
$w = c + di$

Solución:

$$\frac{z}{w} = \frac{(a+bi)}{(c+di)} \cdot \frac{(c-di)}{(c-di)}$$

$$= \frac{ac - adi + bci - bdi}{c^2 - d^2 i^2}$$

$$= \frac{ac + bd + (bc - ad)i}{c^2 + d^2}$$

$$\boxed{\frac{z}{w} = \left(\frac{ac+bd}{c^2+d^2}\right) + \left(\frac{bc-ad}{c^2+d^2}\right)i}$$

2. Muestre la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones.

I. Si $Re(z) = z \Rightarrow$ z es un número real
II. Si $Im(z) = z \Rightarrow$ z es un imaginario puro
III. $z + \bar{z} = 2\,Re(z)$
IV. $z - \bar{z} = 2i\,Im(z)$

Solución: Sea $z = a + bi \wedge \bar{z} = a - bi$

I. $Re(z) = z$
$a = a + bi$
$a + 0i = a + bi$
$b = 0$
De aquí $z = a \quad \therefore$ Verdadero

II. $\quad Im(z) = z$

$b = a + bi$

$b + 0i = a + bi$

$b = a \quad \wedge \quad b = 0$

De aquí $z = 0$ $\quad \therefore$ Falso

III. $\quad Z + \bar{z} = 2\,Re(z)$

$\underbrace{a + bi + a - bi}_{2a} = 2a$

$2a = 2a$ $\quad \therefore$ Verdadero

IV. $\quad Z - \bar{z} = 2i\,Im(z)$

$a + bi - (a - bi) = 2a$

$\underbrace{a + bi - a + bi}_{2bi = 2ib}$ $\quad \therefore$ Verdadero

3. Hallar $\quad W = Re\left(\dfrac{z}{z+v^2}\right) + Re\left(\dfrac{v^2}{z+v^2}\right)$

Si $\;$ z y v son números complejos

<u>Solución</u>:

Utilizando la propiedad Re(w) + Re(z) = Re(w + z)

$$\rightarrow \quad w = Re\left(\frac{z}{z+v^2} + \frac{v^2}{z+v^2}\right)$$

$$w = Re\left(\frac{z(z+v^2) + v^2(z+v^2)}{(z+v^2)(z+v^2)}\right)$$

$$w = Re\left(\frac{(z+v^2)(z+v^2)}{(z+v^2)(z+v^2)}\right)$$

$$w = Re(1) \quad = \quad Re(1 + 0i) \quad \Rightarrow \quad \boxed{w = 1}$$

4. Resolver: $\operatorname{Re}\left(\frac{2+3i}{7+2i}\right)+\operatorname{Re}\left(\frac{5-i}{7+2i}\right)$

Solución:

Aplicando la propiedad del ejercicio anterior

$$= \operatorname{Re}\left(\frac{2+3i}{7+2i}+\frac{5-i}{7+2i}\right)$$

$$= \operatorname{Re}\left(\frac{7+2i}{7+2i}\right) \quad = \quad \operatorname{Re}(1) \quad = \quad \boxed{1}$$

5. Hallar $W=\operatorname{Re}\left(\frac{i+2}{3-i}\right)+\operatorname{Im}\left(\frac{i+1}{2+i}\right)$

Solución:

$$w = \operatorname{Re}\left(\frac{(i+2)}{(3-i)}\cdot\frac{(3+i)}{(3+i)}\right)+\operatorname{Im}\left(\frac{(i+1)}{(2+i)}\cdot\frac{(2-i)}{(2-i)}\right)$$

$$w = \operatorname{Re}\left(\frac{5+5i}{10}\right)+\operatorname{Im}\left(\frac{3+i}{5}\right)$$

$$w = \operatorname{Re}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i\right)+\operatorname{Im}\left(\frac{3}{5}+\frac{1}{5}i\right)$$

$$w = \frac{1}{2}+\frac{1}{5} \quad \therefore \quad \boxed{w=7/10}$$

6. Si $z=\left(\frac{\bar{z}}{z^{*}}\right)^{*}$ **siendo z un complejo, hallar z**

Solución:

Sabemos que: $z^{*}=-z$

$z^{2}=z\,.\,\bar{z}$

Entonces: $$z = -\left(\frac{\bar{z}}{z^*}\right)$$

$$z = -\left(\frac{\bar{z}}{-z}\right)$$

$$z = \frac{\bar{z}}{z}$$

$$\underbrace{z^2}_{z\cdot z} = \bar{z} \qquad \Rightarrow \qquad z \cdot \bar{z} = \bar{z}$$

$$\boxed{z = 1}$$

7. Si $w = m + ni$ entonces:

Hallar $\mathrm{Im}\left(\frac{\bar{1}}{w}\right)$

<u>Solución</u>:

Primeramente hallaremos $\frac{1}{w}$

$$\frac{1}{w} = \frac{\bar{1}}{m+ni} \cdot \frac{(m-ni)}{(m-ni)}$$

$$\frac{1}{w} = \frac{m+ni}{m^2 - mni + nmi - n^2i^2}$$

$$\frac{1}{w} = \frac{m+ni}{m^2+n^2}$$

$$\frac{1}{w} = \frac{m}{m^2+n^2} + \left(\frac{n}{m^2+n^2}\right)i$$

De aquí tenemos: $$\boxed{\mathrm{Im}\left(\frac{1}{w}\right) = \frac{n}{m^2+n^2}}$$

8. Si: $\dfrac{3+6i}{1-i} = \dfrac{A}{C} + \dfrac{B}{C}i$

Entonces hallar A, B y C

Solución:

$$\frac{(1+i)}{(1+i)} \times \frac{(3+6i)}{(1-i)} = \frac{A}{C} + \frac{B}{C}i$$

$$\frac{3+6i+3i+6i^2}{2} = \frac{A}{C} + \frac{B}{C}i$$

$$\frac{-3+9i}{2} = \frac{A}{C} + \frac{B}{C}i$$

Comparando obtenemos: $\boxed{A = -3 \quad , \quad B = 9 \quad , \quad C = 2}$

9. Hallar m, si: $3 - 2i = \dfrac{2+ni}{2-ni}$

Solución:

$(3 – 2i)(2 – ni) = 2 + ni$
$6 – 3ni – 4i + 2ni^2 = 2 + ni$
$(6 – 2n) – (3n + 4)i = 2 + ni$

Comparando: $6 – 2n = 2$

$6 – 2 = 2n \quad \Rightarrow \quad \boxed{n = 2}$

El hombre superior ama
su alma, el hombre inferior
ama su prosperidad.

L. Yutang

PROBLEMAS PARA LA CLASE

01) Marque verdadero con V o falso con F según convenga:

I. Si $z = 2 + i \wedge w = 3(2 + i)$ $\Rightarrow$ $z < w$

II. Si z es un complejo $\Rightarrow$ $Re(z) = Im(iz)$

III. $(1 + i)^4 = (1 - i)^4$, donde $i = \sqrt{-1}$

IV. si z es un complejo $\Rightarrow$ $Im(z) + Re(iz) = 0$

Rpta.:

02) Evaluar H:

$$H = \frac{(1-i)^2 + (1+i)^3}{(1+i)^2 + (1-i)^3}$$

Rpta.:

03) Si: $\frac{2+i}{1+i} = \frac{A+Bi}{C}$. Hallar $A + B + C$

Rpta.:

04) $\frac{3+2i}{2+i} = \frac{A+Bi}{5}$, calcular $Re(A + 3Bi + B)$

Rpta.:

05) Si $z = 1 + bi$ $\wedge$ $w = c + 2i$ y $z \div w$, es un número real entonces hallar $b \cdot c$

Rpta.:

06) Hallar $a \cdot d$, si $(z \div w)$ es un complejo real y $z = a + 3i$ $\wedge$ $w = 5 + di$

Rpta.:

07) Hallar w si:

$$W = Im\left(\frac{i+1}{2+i}\right) - Re\left(\frac{4+2i}{5i}\right)$$

Rpta.:

08) Hallar z si:

$$Z = Re\left(\frac{3i-1}{i}\right) + Im(i)$$

Rpta.:

09) Hallar T

$$T = Re\left(\frac{5+3i}{2i}\right) + \left(Re\left(\frac{8+7i}{i}\right)\right)$$

Rpta.:

10) Hallar $\frac{a \cdot d}{b}$, si $z = a + bi \wedge w = 5 + di$ y $Im(z \div w) = 0$

Rpta.:

11) Si: $z = 3 + i$ Hallar $Re\left(\frac{1}{z}\right)$

Rpta.:

12) Si: $w = 2 + 2i$

Hallar $Im(w^{-1})$

Rpta.:

13) $\frac{i-5}{4+2i} = \frac{m}{P} - \frac{n}{P}i$, hallar $m - P + n$

Rpta.:

14) Evaluar:

$$M = 1 + i + \frac{2i}{i+1}$$

Rpta.:

15) Siendo $z = 1 + i$,

Hallar z^8

Rpta.:

16) Hallar w si: $\frac{3-i}{x+1(y)i} = \frac{1+i}{z}$, $w = (x + y)z$

Rpta.:

17) Si $Re(z/w) = 0 \wedge z = 1 + bi \wedge w = c + 2i$, hallar $c + 2b$

Rpta.:

18) Si z/w es imaginario puro y $z = a - 3i \wedge w = c + 5i$, hallar $a \cdot c$

Rpta.:

19) Calcular

$$W = \frac{(i-1)}{i} - \frac{2i}{\frac{1}{i-1}}$$

Rpta.:

20) Hallar $z = (1 + i)^3 \cdot (i)^{13}$

Rpta.:

Hay gente tan lenta de sentido común que no le queda el más pequeño rincón para el sentido propio.

Miguel de Unamuno

PROBLEMAS PARA LA CASA

01) Diga cuales son verdaderas y cuales son falsas en las siguientes afirmaciones

I. El cuadrado de $\bar{z}v$ es $\bar{v}z$
II. El número -4i es negativo
III. $(1 + i)^3 + (1 - i)^3 = -4$

a) VVV   b) VFV
c) FVF   d) FFF

02) Hallar z, si: $z = \left(\dfrac{-\bar{z}}{x^*}\right)^*$

a) 0   b) 1
c) -1   d) i

03) Hallar a +b, si: $\dfrac{2i+1}{i} = a + bi$

a) 2   b) 0
c) 1   d) -1

04) Hallar Re(z), si:

$$z = \text{Re}\left(\frac{3+2i}{1+i}\right) + \text{Re}\left(\frac{-2-i}{i+1}\right)$$

a) 1   b) 2
c) 3   d) 4

05) Hallar Im(w), si

$$W = \text{Re}\left(\frac{(3+10i)^{10} - \sqrt{5i}}{(i)^{355}}\right)$$

a) -1   b) 2
c) 0   d) 1

06) Si: $\dfrac{3+4i}{i} = \dfrac{a+ci}{(b+1)i}$, hallar $a \cdot b \cdot c$

a) 3   b) 0
c) 5   d) 1

07) Evaluar:

$$w = z + \bar{z} + z^* - \left(\overline{z^*}\right) + \left(\bar{z}\right)^*$$

a) z   b) $\bar{z}$
c) 0   d) z*

08) Si: z = a + bi y w = c + di y z/w es complejo real, entonces hallar $a \cdot d - b \cdot c$

a) 2   b) 1
c) –i   d) 0

09) Resolver:

$$\frac{i}{i-1}+\frac{1}{i+\dfrac{i}{i-1}}$$

a) $3(2i - 1)$ b) $\frac{2}{3}(i-1)$

c) $2(i - 3)$ d) $\frac{3}{2}(1-i)$

10) Simplificar:

$$(i + 1)^2 + (i + 1)^3 + (1 + i)^4 - 1$$

a) $2i - 6$ b) $2i - 7$

c) $2i - 5$ d) $2i - 8$

11) Si $z = a + bi$ $w = c + di$ y z/w es un complejo imaginario puro. Hallar: $ac + bd$

a) 0 b) 1

c) -1 d) 2

12) Hallar $3m + 2n$

Si $\dfrac{5i-1}{2i-1}=m+ni$

a) 5/39 b) -5/37

c) 39/5 d) 37/5

13) Hallar el real de dividir:

$$k=\frac{(1+i)a+(1-i)2}{(1+i)a-(1+i)2}$$

a) $4a/(a^2+4)$

b) $(a+2)/(a^2+4)$

c) $(a^2-4)/(a^2+4)$

d) $-(a+2)/(a^2+4)$

14) Resolver:

$$(5 + i)(3 - 2i)(4 + i)$$

a) $11 - 75i$ b) $42 - 11i$

c) $11 + 75i$ d) $75 + i$

15) Si: $z = x + yi$, Hallar $\mathrm{Re}(z^{-1})$

a) $x/(x^2+y^2)$

b) $x^2/(x^2+y^2)$

d) $(x^2+y^2)/2x$

e) $2y/(x^2+y^2)$

MISCELANEA

01) Resolver el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x - 3y = 4 \\ x - 2y = 5 \end{cases}$$

Rpta.:

02) Resolver el sistema:

$$\begin{cases} 3x - 5y = 4 \\ 7x - 4y = 8 \end{cases}$$

Rpta.:

03) Resolver el sistema:

$$\begin{cases} 5x - y = 16 \\ 2y - 3x = 10 \end{cases}$$

Rpta.:

04) Resolver el sistema:

$$\begin{cases} 5x - y = 16 \\ 2x - 3y = 9 \end{cases}$$

Rpta.:

05) Resolver el sistema:

$$\begin{cases} 2(x - y) + (x + y) = 13 \\ 7x + 2 - y = 2x + y + 3 \end{cases}$$

Rpta.:

06) Resolver el sistema:

$$\begin{cases} x/3 - y = y/3 + x - 8 \\ 2x = y - x + 15 \end{cases}$$

Rpta.:

07) $$\begin{cases} \sqrt{x+1} + \sqrt{y+1} = 7 \text{ ...... } (1) \\ \left(\dfrac{y+22}{x}\right) = 2 \text{ ...... } (2) \end{cases}$$

Rpta.:

08) Resolver el sistema:

$$\begin{cases} x + 2y = 17 \text{ ...... } (1) \\ x - y = -1 \text{ ...... } (2) \end{cases}$$

Rpta.:

09) Resolver el sistema:

$$\begin{cases} x/3 - y = y/3 - 13 \text{ ..... } (1) \\ 2x + 18 = 3y \text{ ...... } (2) \end{cases}$$

Rpta.:

10) Resolver el sistema:

$$\begin{cases} \dfrac{x}{3} - y = \dfrac{y}{3} - 13 \text{ ...... } (1) \\ 2x + 18 = 3y \text{ ...... } (2) \end{cases}$$

Rpta.:

11) Resolver el sistema:

$$\begin{cases} 2x - 9y = -38 \\ x - 9y = 35 \end{cases}$$

Rpta.:

12) Resolver el sistema:

$$\begin{cases} 5a - 3b = 7 \\ 7a + 3b = 17 \end{cases}$$

Rpta.:

13) $\begin{cases} xy = 6 \\ x + y = 5 \end{cases}$

Rpta.:

14) Resolver el sistema:

$$\begin{cases} \sqrt{x} - \sqrt{y} = 7 \\ x - y = 119 \end{cases}$$

Rpta.:

15) Resolver el sistema:

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

Rpta.:

16) Resolver el sistema:

$$\begin{cases} \dfrac{3}{x} + \dfrac{4}{y} = 1 \\ \dfrac{21}{x} - \dfrac{2}{y} = 2 \end{cases}$$

Dar como respuesta

Rpta.:

* Resolver las siguientes inecuaciones, indicando el intervalo de x.

17) $3x - 2 < x + 6$

Rpta.:

18) $5x - 9 \leq 2x + 15$

Rpta.:

19) $9x + 12 > 2x - 2$

Rpta.:

20) $12x - 3 \geq 4x + 21$

Rpta.:

21) $3x + 2 + 2x < 7x$

Rpta.:

22) $4x - 5 + x \leq 5x - 4 + x$

Rpta.:

23) $21x - 20 > 20x - 21$

Rpta.:

24) $123x - 321x \geq 122 - 320x$

Rpta.:

25) $9 - 5x + 10 < 7 - 3x + 6$

Rpta.:

26) $8 + 9x + 10 < 11 + 12x + 13$

Rpta.:

27) Hallar el conjunto solución (C.S.) de:
$-2 - 3x - 4 \geq -5 - 6x - 7$

Rpta.:

28) Hallar el conjunto solución:
$5x + 4x + 3x < 108$

Rpta.:

29) $7x + 5x + 3x > 25$

Rpta.:

30) Hallar el C.S.:
$2x - 3x + 4x \leq 21$

Rpta.:

31) Hallar el C.S.:
$9x - 7x + 5x \geq 56$

Rpta.:

32) Hallar el C.S.:
$7x + 2x - 1 < 7 + 2 - x$

Rpta.:

33) Hallar el C.S.:
$3x + 5 + x \geq 3 + 5x + 1$

Rpta.:

34) Hallar el conjunto solución de:
$3x - 4x + 5x - 6x < -200$

Rpta.:

35) $8x + 7x - 6x - 5x \geq 28$, hallar el conjunto solución:

Rpta.:

36) Hallar el conjunto solución:
$3x + 4x + 5x + 6x \leq 36$

Rpta.:

37) $1 - 2x + 3 - 4x > 2x - 28$;
Hallar el conjunto solución:

Rpta.:

38) Hallar el conjunto solución de:
$2x + 3 + 4x + 5 \leq 68$

Rpta.:

39) Hallar el conjunto solución de: $5x + 2x + x < 7x + 1$

Rpta.:

40) Hallar el conjunto solución de: $3(x + 2) + 1 > 22$

Rpta.:

41) Hallar el conjunto solución de: $4(x - 5) + 3 < 7$

Rpta.:

42) Hallar el conjunto solución de: $5(x + 2) - 4 \geq -9$

Rpta.:

43) Resolver la inecuación y dar su conjunto solución: $6(x - 7) + 8 \leq 20$

Rpta.:

44) Resolver y hallar el conjunto solución:

$$\frac{x+2}{7} + \frac{x}{5} > 2$$

Rpta.:

45) Hallar el conjunto solución:

$$\frac{2x-1}{3} + x \leq 3$$

Rpta.:

46) Hallar el conjunto solución:

$$\frac{5-x}{2} + \frac{6-x}{5} \geq 3$$

Rpta.:

47) Resolver y hallar el conjunto solución.

$$\frac{3x+1}{4} + \frac{x}{5} < 2$$

Rpta.:

48) Hallar el conjunto solución:

$$\frac{x+2}{3} + \frac{x-3}{2} \geq 5$$

Rpta.:

49) Hallar el conjunto solución:

$$\frac{x+3}{2} + \frac{x+1}{2} \leq 3$$

Rpta.:

50) Hallar el conjunto solución:

$$\frac{x+4}{3} + 2 > x$$

Rpta.:

51) Hallar el conjunto solución:

$$\frac{3x+1}{2} - 3 < x$$

Rpta.:

52) Hallar el conjunto solución:

$$\frac{2x+1}{3}+2\geq x$$

Rpta.:

53) Hallar el conjunto solución:

$$\frac{5x+1}{6}+1\leq x$$

Rpta.:

54) Hallar el conjunto solución:

$$\frac{5x+1}{2}+\frac{x+5}{3}>5$$

Rpta.:

55) Hallar el conjunto solución:

$$\frac{3x-1}{2}+\frac{x-3}{2}\leq 0$$

Rpta.:

56) Hallar el conjunto solución:

$$\frac{2x+1}{9}+\frac{x-3}{2}>\frac{1}{2}$$

Rpta.:

57) Hallar el conjunto solución:

$3 - [2x + (x + 2)] < 2$

Rpta.:

58) Hallar el conjunto solución:

$4 + 3(x + 1) > 5 + 4(x - 1)$

Rpta.:

59) Hallar el conjunto solución:

$$\frac{1}{3}(x+2)+\frac{1}{4}(x+3)\geq 2$$

Rpta.:

60) Hallar el conjunto solución:

$$\frac{2}{5}(x-1)+\frac{3}{4}(x-2)<6$$

Rpta.:

61) Hallar el conjunto solución:

$$4\left(\frac{x}{4}+1\right)+3\left(\frac{x}{3}+2\right)<20+x$$

Rpta.:

62) Hallar el conjunto solución:

$$3\left(x+\frac{1}{2}\right)+4\left(x+\frac{1}{3}\right)>5\left(x+\frac{1}{4}\right)$$

Rpta.:

63) Escribir el siguiente complejo como un par ordenado:

$$Z = 3 - 4i$$

Rpta.:

64) Representar el siguiente complejo en su forma cartesiana:

$$Z = (3\ ;\ -3)$$

Rpta.:

65) Representan el siguiente complejo en su forma cartesiana:

$$Z = (8\ ;\ 9)$$

Rpta.:

66) Representar el siguiente complejo en su forma polar o trigonométrica:

$$Z = 3 – 4i$$

Rpta.:

67) Hallar la suma de los coeficientes complejos:

$Z_1 = (1 + i)$; $Z_2 = (2 + i^2)$
$Z_3 = (3 + i3)$; $Z_4 = (4 + i^4)$

Rpta.:

68) Hallar la siguiente suma:

$$i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5$$

Rpta.:

69) Hallar m y n sabiendo que: z = w (z y w son complejos); y además:

$Z = (m\ ;\ 2n)$; $w = (n\ ;\ 4)$

Rpta.:

70) Hallar m y n, sabiendo que: $m + ni = (3\ ;\ 4m)$

Rpta.:

71) Si $z = (m\ ;\ n)$ y $w = (30\ ;\ 20)$ y además $z = 2w$

Hallar el valor de $m + n – 2m$

Rpta.:

72) Si N = 4k significa que el número N es un múltiplo de 4, ósea $N = \overset{o}{4}$, entonces, hallar “i^N”

Rpta.:

73) Hallar de que forma es M; si:

$$i^M = -i$$

Rpta.:

74) Hallar cuanto es: i^5

Rpta.:

75) Hallar la siguiente suma:

$$i^5 + i^6 + i^7 + i^8 = M$$

Rpta.:

76) El valor de z si m – ni es el conjugado de z

Rpta.:

77) Si: $z = (m^2 - n\ ;\ 2n)$ si su conjugado $\overline{z}$, es de la forma $(6\ ;\ -6)$, además $(m < 0)$; hallar "m + n"

Rpta.:

78) Hallar el valor de: "i^{4k}"

Rpta.:

79) Hallar el valor de: "i^{4k+1}"

Rpta.:

80) Hallar el valor de: "i^{4k+2}"

Rpta.:

81) Hallar el valor de: "i^{4k+3}"

Rpta.:

82) Hallar el valor de: "$i^{-(4k-1)}$"

Rpta.:

83) Hallar el valor de: "$i^{-(4k-2)}$"

Rpta.:

84) Hallar el valor de: "$i^{-(4k-3)}$"

Rpta.:

85) Hallar el valor de: "i^{55555}"

Rpta.:

86) Hallar el valor de: "i^{22222}"

Rpta.:

87) Hallar el valor de: "i^{-333}"

Rpta.:

88) Hallar el valor de: "i^{-45323}"

Rpta.:

89) Hallar el valor de: "$i^{-35467522}$"

Rpta.:

90) Simplificar:

$$E = \frac{i^{343} + i^{55331} + i^{2542} + i^{412300}}{i^{-55} + i^{-242} + i^{-328}}$$

Rpta.:

91) $\begin{cases} 3x + y = -7 \\ x + 3y = 3 \end{cases}$

Rpta.:

92) Resolver el sistema

$$\begin{cases} \dfrac{x+3}{y} = \dfrac{1}{3} \\ \dfrac{x}{y-4} = \dfrac{1}{4} \end{cases}$$

Rpta.:

93) Resolver el sistema

$$\begin{cases} \dfrac{3}{x} + \dfrac{2}{y} = 16 \\ \dfrac{4}{x} - \dfrac{3}{y} = -7 \end{cases}$$

Rpta.:

94) Resolver el sistema

$$\begin{cases} x - \dfrac{y-2}{3} = 0 \\ 0{,}2x + 0{,}3y = 5 \end{cases}$$

Rpta.:

* Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

95) $\begin{cases} 2x - y = 10 \\ x + y = 7 \end{cases}$

Rpta.:

96) $\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x + y = 12 \end{cases}$

Rpta.:

97) $\begin{cases} 3x + 2y = 9 \\ 2x - y = -1 \end{cases}$

Rpta.:

98) Resolver el sistema:

$\begin{cases} x - 3 = 2y \\ 3y - 1 = x \end{cases}$; y hallar x + y

Rpta.:

99) Resolver:

$$\begin{cases} \dfrac{x+1}{3} = y \\ \dfrac{y-1}{2} = x - 7 \end{cases}$$

Rpta.:

100) Resolver:

$$\begin{cases} \dfrac{x+3}{y} = 2 \\ \dfrac{y+6}{x} = -1 \end{cases}$$

Rpta.:

101) Resolver:

$$\begin{cases} x - 8y = 0 \\ 3x + 2y = 13 \end{cases}$$

Rpta.:

102) Resolver:

$$\begin{cases} x = 2y + 3 \\ \dfrac{x+y}{2} = -3 \end{cases}$$; hallar "x + 2y"

Rpta.:

103) $\begin{cases} 2(x + y - 3) = 0 \\ 3(x + y + 1) = 12 \end{cases}$

Rpta.:

104) $\begin{cases} x - y = 4 \\ 2x - y = 9 \end{cases}$

Rpta.:

* Resolver los sistemas de ecuaciones:

105) $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ x + 3y = 6 \end{cases}$; hallar: x + y

Rpta.:

106) $\begin{cases} 4x - 3y = 3 \\ x + y = 1 \end{cases}$

Rpta.:

107) $\begin{cases} x + y = -1 \\ 3x + 2y = 0 \end{cases}$

Rpta.:

108) $\begin{cases} y - 8 = 2x \\ x + 2y = 3(y - 3) \end{cases}$

Rpta.:

109) $\begin{cases} 2x + y - 8 = -4 \\ \dfrac{x+y}{2} = \dfrac{1}{2} \end{cases}$

Rpta.:

110) $\begin{cases} x - \dfrac{y-1}{2} = 0 \\ \dfrac{1}{2}x + \dfrac{1}{5}y = 2 \end{cases}$

Rpta.:

111) Resolver el sistema:

$$\begin{cases} \dfrac{x+y+1}{3} = 5 \\ y+8x = 0 \end{cases}$$

Rpta.:

112) Resolver el sistema:

$$\begin{cases} y = \dfrac{14-x}{2} \\ \dfrac{2y+x}{4} = \dfrac{7}{2} \end{cases}$$

Rpta.:

* Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones:

113) $$\begin{cases} 2x+3y = 4 \\ 3x+7y = -1 \end{cases}$$

Rpta.:

114) $$\begin{cases} 5x-2y = 1 \\ 3(x+y) = -12 \end{cases}$$

Rpta.:

115) $$\begin{cases} 2x-3y = -3 \\ 8x+3y = -7 \end{cases}$$

Rpta.:

116) $$\begin{cases} 2x+3y = -3 \\ 5x+6y = 0 \end{cases}$$

Rpta.:

117) $$\begin{cases} x+2y = 4 \\ 3x+2y = 0 \end{cases}$$

Rpta.:

118) $$\begin{cases} 4x+y = 8 \\ 2x = 3y+11 \end{cases}$$

Rpta.:

119) $$\begin{cases} y+2 = x \\ y-2 = -x-4 \end{cases}$$

Rpta.:

120) $$\begin{cases} 3x-4y = 12 \\ x-2y = 2 \end{cases}$$

Rpta.:

121) $$\begin{cases} x-y = -1 \\ 3y+2x+2 = 0 \end{cases}$$

Rpta.:

* Hallar los siguientes sistemas:

122) $\begin{cases} y = 2x - 4 \\ \dfrac{1}{2}x = y + 1 \end{cases}$

Rpta.:

123) Hallar el C.S. de:

$$\begin{cases} y = \dfrac{5}{3} - \dfrac{x}{2} \\ \dfrac{2}{3}x + \dfrac{1}{2}y \end{cases}$$

Rpta.:

124) Resolver el sistema:

$$\begin{cases} x = \dfrac{2y - 1}{3} \\ 6x + 4 = 3y \end{cases}$$

Rpta.:

125) Resolver el sistema:

$$\begin{cases} x = \dfrac{4 - 5y}{3} \\ x = \dfrac{8y + 2}{-6} \end{cases}$$

Rpta.:

126) Resolver el sistema:

$$\begin{cases} 2(x + 2y) - 6 = 12 \\ x - 2(1 + y) = -\dfrac{1}{2}(2x + 4y) \end{cases}$$

Rpta.:

127) Resolver el sistema:

$$\begin{cases} \dfrac{x + y}{1 - y} = \dfrac{2}{3} \\ \dfrac{2(x + y)}{y} = -3 + \dfrac{1}{y} \end{cases}$$

Rpta.:

128) Resolver el sistema:

$$\begin{cases} \dfrac{8}{x} + \dfrac{12}{y} = 8 \\ \dfrac{8}{x} - \dfrac{12}{y} = 0 \end{cases}$$

Rpta.:

129) $\begin{cases} \dfrac{2}{x} - \dfrac{1}{y} = 11 \\ \dfrac{1}{x} + \dfrac{4}{y} = 16 \end{cases}$, hallar su conjunto solución:

Rpta.:

130) Resolver el sistema:

$$\begin{cases} \dfrac{3}{x} - \dfrac{2}{y} = -10 \\ \dfrac{4}{x} + \dfrac{1}{y} = 49 \end{cases}$$

Rpta.:

131) Resolver el sistema:

$$\begin{cases} \dfrac{10}{x} - \dfrac{10}{y} = 2 \\ \dfrac{8}{x} - \dfrac{15}{y} = -1 \end{cases}$$

Rpta.:

132) Resolver el sistema:

$$\begin{cases} \dfrac{3}{x} + \dfrac{2}{y} = 2 \\ \dfrac{2}{x} + \dfrac{3}{y} = -2 \end{cases}$$

Rpta.:

133) Resolver el sistema:

$$\begin{cases} \dfrac{x+y}{2} + \dfrac{x-y}{4} = 8 \\ \dfrac{2(x+y)}{3} - \dfrac{3(x-y)}{4} = 2 \end{cases}$$

Rpta.:

134) Simplificar:

$$\frac{3^{m+n} \cdot 5^{n+p} \cdot 7^{p+m}}{(35)^p (21)^m (15)^n}$$

a) -1 b) 1
c) 0 d) 15
e) 75

135) Reducir la expresión:

$$E = \sqrt{3^2\sqrt{3^4\sqrt{3^8\sqrt{3^{16}}}}}$$

a) 3 b) 27
c) 81 d) 243
e) 1

136) Si: $x > 0$ y ; $a_1 = \sqrt{x}$; $a_2 = \sqrt[3]{x\sqrt{x}}$; $a_3 = \sqrt[3]{x\sqrt[3]{x\sqrt{x}}}$; indicar: $\dfrac{a_1 + a_2}{a_3}$; para x = 4

a) 2 b) 0
c) x d) 1
e) x^3

137) Al racionalizar $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$, se obtiene: $5 + q\sqrt{6}$, indicar 5q + 3

a) 6 b) 3
c) 13 d) 5
e) 22

138) Si $\sqrt{0,\widehat{3}}\cdot\sqrt[3]{2}$ se puede escribir como $\sqrt[6]{q}$ ($q \in Q$), indicar el valor de $\sqrt[3]{2q}$

a) 6　　b) 0
c) -1　　d) 2
e) 2/3

139) Resolver la ecuación: $(2x-1)^{2^{m-n}\cdot 2^{n-p}\cdot 2^{p-m}} = X$ e indica la solución:

a) 1　　b) 0
c) -1　　d) 2
e) 1/2

140) Simplificar la expresión:

$$\frac{\left(\frac{x}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{y}{3}\right)^2}{\left(\frac{y}{2}\right)^2\cdot\left(\frac{x}{3}\right)^3},\ \text{si } xy \neq 0$$

a) 5,1　　b) 1,5
c) 0,5　　d) 5
e) 5,15

141) Si $n^{n^{1+n}} = 4^4$ e indicar el valor de n ($n \in Z$) que verifica.

a) 20　　b) 1
c) 4　　d) 0,2
e) 2

142) Si el polinomio:

$P(x) = 5x^{m+1} - 3x^5 + mx + m^2$ es de grado 6, hallar P(-1)

a) 111　　b) 28
c) 26　　d) 24
e) 27

143) Si $P(x) = 2x^4(1 + x^2) - 3x^6 - 7$, hallar: $\dfrac{P(1)-P(-1)}{2}$

a) 2　　b) -1
c) 0　　d) 1
e) 4

144) Si $abc \neq 0$ y $P(x) = (a - b)x^2 + (c - b)x + 13$; es un polinomio constante. Calcular:

$$\frac{a^2+b^2+c^2}{(a+b+c)^2}$$

a) 1/3　　b) 1,3
c) 0,3　　d) 3
e) 1

145) Si $P(x) = x^3 + 1$ y $q(x) = x^2 - 3$ y $R(x) = p(x) + q(x)$. Calcular: "m + n" , donde:

$m = °[R(x)]$ y $n = R(1)$

a) 0　　b) 11
c) 10　　d) 1,1
e) 1

146) Si $P(x) = (-16 - a)x^3 + (7 - b)x^2 + (9 + c)x + a - c + b$ indicar S.I. donde s: es la suma de coeficientes t es el termino independiente.

a) 4 b) -2
c) 6 d) 0
e) 2

147) Si P(x) es un polinomio lineal tal que cumple:

P(1) = 3 y P(2) = 4

Calcular P(3)

a) 3 b) 4
c) 5 d) 7
e) 6

148) Sea $P(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{6}x + \frac{1}{12}$.

Indicar: p(1) . q(3), donde $q(x) = 12p(x) - 5x^2 - 4x$

a) 2 b) 3
c) 1 d) 4
e) 5

149) Si a + b + c = 9. Calcular: $P\left(\frac{a+b+c}{3}\right)$; donde $P(x) = x^3 - 3x^2 + 1$

a) -2 b) -1
c) 3 d) 2
e) 1

150) Si a + b + c = 1 y $P(x) = ([ax^2 - bx + c] + [bx^2 - cx + a] + [cx^2 - ax + b])^3$,

Indicar: P(a + b + c)

a) -1q b) 0
c) 1 d) 2
e) -2}

151) Sean los polinomios: $p(x;y) = x + y$; $q(x;y) = x^2 + y^2$; $s(z) = z^2+z+1$; dar la expresión simplificada de:

$$\frac{2 + 2P(y\,;\,x) + q(y\,;\,x)}{x + y + S(x) + S(y)}$$

a) -2 b) -1
c) o d) 2
e) 1

152) Reducir la expresión:

$$E = (x - 2y + z)^2 - 3[(x - y) + (z - y)]^2 + [(y - z) + (y - x)]^2 + [z + x - 2y]^2$$

a) 6 b) 0
c) -1 d) 2
e) -2

153) Si a, b, m y n son números positivos, reducir la expresión:

$$\frac{(am + bn)^2 + (an - bm)^2}{(a^2 + b^2)(m^2 + n^2)}$$

a) 10
b) 0^{-1}
c) 100
d) 0
e) 1

154) Simplificar:

$$\frac{(a^2+b^2)(m^2+n^2)+4abmn}{(am+bn)^2+(an+bm)^2}$$

a) 10
b) 1
c) 0
d) 0,1
e) 100

155) Simplificar la siguiente expresión, sabiendo que; a, b, c son reales positivos

$$E=\frac{(a+b)^2+(b+c)^2+(c+a)^2+2c(a+b)+2a(b+c)+2b(a+c)+a^2+b^2+c^2}{a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)}$$

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

156) Si: a + b = 1 ; ab = 2, calcular $a^2 + b^2$

a) -2
b) -3
c) 7
d) -5
e) 4

157) Dado el polinomio: P(x) = 2(1 + x)(x – 1), indicar

$$q(x)=\frac{P(x)-P(-x)}{2}$$

a) -2
b) 2
c) 1
d) -1
e) 0

158) Si:P(x) = (x – 1)x(x + 1), hallar q(0), si:

$$q(x)=\frac{1}{2}[P(x-1)+P(x+1)]$$

a) –x
b) 5
c) 6
d) 0
e) x

159) Dado: P(x + 1) = 3x(x + 1) y q(x – 1) = 3x(x – 1). Calcular r(0); donde r(x) = q(x) – p(x)

a) 10
b) 6
c) x
d) 0
e) -1

160) Sabiendo que: $P(x + 3) = x^2 + 1$; indicar el valor de:

$$P(P(P(P(5))))$$

a) 4
b) 5
c) 6
d) 7
e) 8

161) Si $P(x^2) = (x^2+1)^2 + 1–2(x^2+1)$, $P(x)$ será igual a:

a) $–x$ b) a
c) x^3 d) x^2
e) 1

162) Sea:
$P(x^2) = (2–x)(1–x)x^2(x+1)(x+2)$
y $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx$, hallar $a +b + c$

a) 0 b) a
c) b d) c
e) -1

163) Si $p(y) = 3$ y $q(x) = \frac{x-1}{3}$;

hallar: $P(x) – 3q(5)$

a) -1 b) 2
c) 3 d) 7
e) 4

164) Si $p(x + 1) = (x + 2)x (2 + x) + 2(2 + x)^2$; indicar $P(9)$

a) 1 b) 10
c) 100 d) 1000
e) 121

165) En la siguiente división:

$(5x^4+6x^3–7x^2+ax+b) \div (x^2+x–2)$

Indicar: $a^2 + b^2$, si $y(x) = x + 1$ es el resto.

a) 10 b) 5
c) 25 d9 13
e) 1

166) Sea $D(x) = (1+x)(x^2+1) + x^2+x$; indicar el cociente de dividir: $D(x)$ por $x + 1$

a) $–x$ b) x
c) $x^2 + x + 1$ d) $x + 1$
e) $x^2 – x + 1$

167) Si $P(x) = (3x^2–1)(x+3) + 2x + 1$, calcular el resto de dividir: $P(x) + 2 – x$ entre: $3x^2 – 1$

a) x b) 3
c) $x – 3$ d) $x + 3$
e) $–x + 3$

168) En el siguiente esquema de Rufini, calcular a + b + c:

	1	–4	a	b	c
2		*	*	*	*
	*	*	–1	0	1

a) -3 b) 6
c) -2 d) -6
e) 5

169) En la siguiente identidad:

$P(x) = 2x^2+3x–x^3 \equiv ax(x^2–3–2x) + b$

a y b $\in$ R señale: a + b + r; donde: r es el resto de dividir: $P(x)$ por: $-x$

a) 2 b) -2
c) 1 d) -1
e) 0

170) Encontrar el resto de dividir:

$$D(x) = x^3 - 7x + 6$$

Por $(x - 2)(x + 3)$

a) 0 b) 1
c) -1 d) x
e) x + 1

171) Sea P(x) de cuarto grado y el resto de dividir p(x) por: $(2x + 2)(x - 1)$ es cero, calcular el resto de dividir: P(x) por: $(1 + x)(2x - 2)$

a) -1 b) 0
c) 1 d) 2
e) –x

172) Halle el resto en:

$$\frac{(x-1)^3 + x^3 + x^2 + 1}{x - 1}$$

a) 3 b) 2
c) 1 d) 0
e) -3

173) Factorizar: $P(a\ ;\ b) = a^4b - b^3a^2$ e indicar la proposición falsa.

a) Hay 4 factores primos.
b) Hay 2 factores primos binomios.
c) a^2 es uno de los factores primos
d) b es factor primo
e) a^2 es un factor de P(a ; b)

174) Dados los polinomios $P(x) = 2x^2 - 5x - 3$; $q(x) = 2x^2 + 7x + 3$ indicar un factor común.

a) x + 1 b) 2x + 1
c) –x + 2 d) x + 3
e) x – 3

175) En el siguiente esquema del aspa simple:

$$P(x) = 6x^2 + x + 12$$

$$\begin{array}{ccccc} 2x & \searrow & & \swarrow & p \\ & & rx & & \\ nx & \nearrow & & \nwarrow & 4 \end{array}$$

Calcular: n – p + r

a) 1 b) 5
c) 17 d) 2
e) 12

176) Al factorizar: $P(x) = x^5 + x + x^3 + x^2 + x^4 + 1$, indicar el número de factores cuadráticos

a) 0 b) 4
c) 1 d) 2
e) 3

177) Si $P_{(x)} = (1 + x)\,[(x+2)(x+3) - 2]$ indicar un factor primo.

a) x b) x + 1
c) x + 2 d) x + 3
e) x + 5

178) Sea $P(x;y) = 2x^2+xy-y^2+5x-y+2$ dar como respuesta la suma de los factores primos.

a) $3x + 3$
b) $x + 3$
c) $3x + 1$
d) $3x - 3$
e) $3x$

179) Factorizar $f(x ; y) = (4x^2 + 4x + 1) - y^2$, indicar el producto de coeficientes de un factor primo.

a) -4
b) -3
c) -2
d) -1
e) 0

180) $P(x) = (x + y)^2 - 5(x + y) + 6$; indicar la suma de los términos independientes de sus factores primos.

a) 2
b) 2x
c) $2y - 5$
d) $5y - 2$
e) $x + 7$

181) Si las dimensiones de una caja están en progresión aritmética e razón 2 y la suma de las áreas de 3 caras diferentes es 23, indicar la menor arista.

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

182) Sean $x - 2$, x, $x + 2$ las longitudes de los lados de un triángulos rectángulo, hallar la longitud del mayor cateto.

a) 10
b) 8
c) 6
d) 12
e) 14

183) Resolver la ecuación:

$$(x + 3)(2x+5) + 30 = (2x + 3)(x + 5)$$

a) 1
b) 5
c) 15
d) {15}
e) 6

184) Resolver:

$$\frac{x}{3} - \frac{2}{5} = \frac{3}{5} - \frac{2x}{3} \text{.........(1)}$$

$$\frac{x}{5} - \frac{3}{7} = \frac{4}{7} - \frac{4x}{5} \text{.........(2)}$$

Hallar: C.S.(1) – C.S.(2)

a) 0
b) 1
c) $\{\phi\}$
d) {0}
e) ϕ

185) Resolver: $(x + 3)^3 = (x + 2)^3 + 1$

a) -3
b) -2
c) 6
d) {-3 ; -2}
e) 0

186) Resolver: $3x^2 - 28 = -1$

a) 3 b) -3
c) $\{-3 ; 3\}$ d) ϕ
e) $\{-1\} \cup \{-3\}$

187) Si $x \in \langle -1 ; 2 \rangle \wedge 3x - 5 > 2x - 4$ por lo tanto x pertenece al intervalo:

a) $\langle -2 ; 1 \rangle$ b) $\langle -1 ; 2 \rangle$
c) $\langle 1 ; 2 \rangle$ d) $\{1 ; 2\}$
e) $\{2 , 1\}$

188) Resolver: $(x + 1)^2 + 3 > 0$

a) 0 b) $\{0\}$
c) R^- d) R^+
e) R

189) Si $x \in [-2 ; 3]$, hallar: a + b si $a \leq 2 - 3x \leq b$

a) -2 b) 1
c) -3 d) 3
e) 2

190) Resolver: $2[x^2 - 7x + 12] < [x^2 - 4x + 3]$

a) $\langle 7 ; 3 \rangle$ b) $\langle 3 ; 5 \rangle$
c) $\langle 7 ; 8 \rangle$ d) $\langle 10 , 12 \rangle$
e) $\langle 3 ; 7 \rangle$

191) Resolver:
$(x^2 - 3)(x + 1) - (x^2 + 3)(x - 1) < 0$

a) R b) $\langle 0 ; 3 \rangle$
c) $[0 ; 3]$ d) $R - \langle 0;3 \rangle$
e) ϕ

192) Hallar m + 2n; si el conjunto solución de la inecuación cuadrática en x:

a) 4 b) -6
c) 6 d) 8
e) -8

193) De las siguientes igualdades:

I. $(x + 5)(x - 5) = x^2 + 10x$
II. $x(x + 6) = x^2 + 6x$
III. $3x - 5 = 2x + 8$
IV. $(a + 1)^2 = a^2 + 2a + 1$

¿Cuál o cuales son idénticas?

Rpta.:

194) De las siguientes igualdades:

I. $X^2 + 6x = x^2 + 6x$
II. $(x + 3)(x + 5) = x^2 + 8x + 15$
III. $2(x - 3) = 4(x + 1)$
IV. $(x + 3)(x - 3) = x^2 - 9$

¿Cuál es una ecuación?

Rpta.:

195) Indicar la ecuación cuya raíz es 8.

a) $2(x + 3) = x - 7$
b) $3(x - 5) = 4(x - 10)$
c) $5(x + 4) = 2x + 17$
d) $5(x - 3) = 4x - 7$
e) $4(x + 7) = 2x - 10$

* Resolver las siguientes ecuaciones con coeficientes enteros:

196) $3x - 12 = 0$

Rpta.:

197) $4x = 5x$

Rpta.:

198) $2(x - 1) = 3x + 8$

Rpta.:

199) $4(x - 3) - 2 = 1 + 3x$

Rpta.:

200) $9x - 8 = 3(x + 2)$

Rpta.:

201) $4 - 8x = 7 - 6x$

Rpta.:

202) $(x - 3)(x + 5) = x(x + 3)$

Rpta.:

203) $(2x + 3)^2 = x(2x - 1) + 2x(x + 3)$

Rpta.:

204) $6x(7 - x) = 36 - 2x(3x - 15)$

Rpta.:

205) $4x(x - 7) = 2x(2x - 13) + 10$

Rpta.:

206) Hallar la raíz de la ecuación con coeficientes fraccionarios

$$\left((\text{OJO}) : \text{raiz} = \begin{pmatrix} \text{Solución de} \\ \text{la ecuación} \end{pmatrix}\right)$$

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{4} = x - 2$$

Rpta.:

207) Hallar la raíz o solución de la ecuación con coeficientes fraccionarios.

$$\frac{3}{4} \cdot x - \frac{x}{3} = \frac{x - 2}{2}$$

Rpta.:

208) Resolver:

$$\frac{1}{x - 1} + \frac{2}{x} = \frac{5}{x^2 - x}$$

Rpta.:

209) Resolver:

$$\frac{1 - x}{x} + \frac{5}{x} = \frac{8 - x}{x + 3}$$

Rpta.:

210) Resolver:

$$\frac{1}{x-1}=\frac{2}{x+3}$$

Rpta.:

211) Resolver:

$$\frac{x^2}{x-3}-3=x+3$$

Rpta.:

212) Resolver:

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{2x}=\frac{3x-1}{2x^2+1}$$

Rpta.:

213) Santiago tiene S/. 1950 en billetes de S/. 100 y de S/. 50. En total tiene 24 billetes. Determinar cuantos billetes son de S/. 100.

Rpta.:

214) La suma de 2 números es 240. Si se divide el mayor por el menor cociente es 3 y el resto es 8. Hallar el número mayor.

Rpta.:

215) Hallar 2 números que suman 54; tales que la quinta parte del mayor sea igual a la cuarta parte del menor. (Dar como respuesta el triple del menor)

Rpta.:

216) Un número dividido entre otro da como cociente 13. Si la diferencia de ambos es 180. ¿Cuál es el mayor de los números?

Rpta.:

217) Si la mitad del número menor se resta del mayor de 2 números, el resultado es 65. hallar los números; si difieren en 35.

Rpta.:

218) Un padre reparte entre sus 2 hijos S/. 1200. si el doble de lo que recibe uno de ellos excede en S/. 300 a lo que recibe el otro. ¿Cuánto recibe cada uno?

Rpta.:

219) Dos números están en la razón de 10 a 5; si se resta 20 al primero y se suma 20 al segundo; la razón de ellos se invierte. ¿Cuáles son los números?

Rpta.:

220) Dividir 260 en 2 partes de modo que el doble de la mayor dividido por el triple de la menor; de 2 como cociente y 40 de resto. Hallar una de las partes.

Rpta.:

221) En una reunión hay el doble de mujeres que de hombres; y el triple de niños que de hombres y mujeres juntos. ¿Cuántos hombres son; si en total hay 156 personas?

Rpta.:

222) Descomponer 51 en 2 partes de manera que la parte mayor sea 3 más que el duplo de la parte menor. Hallar la parte mayor.

Rpta.:

223) Se compran patos a 8 dólares cada uno y gallinas a 7 dólares cada una. Si con 166 dólares se compran 22 de tales aves. ¿Cuántos son patos?

Rpta.:

224) Dos hermanos se reparten una herencia de 2000 dólares. Si el cuádruple de la parte menor excede en 60 a la parte mayor aumentada en 30. ¿Cuánto le tocó a uno de ellos?

Rpta.:

225) Al invertir el orden de las cifras de un número de 2 cifras el número queda disminuido en 36 unidades. Sabiendo que dichas cifras suman 12. Hallar el número.

Rpta.:

226) Si un padre tiene 6 veces la edad de su hijo; y la suma de las edades de los dos es 91 años. ¿Cuántos años tiene el padre?

Rpta.:

227) Dos números están en la razón de 10 a 5; si se resta 20 al primero y se suma 20 al segundo; la razón de ellos se invierte. ¿Cuáles son los números?

Rpta.:

228) Dividir 260 en 2 partes de modo que el doble de la mayor dividido por el triple de la menor de 2 como cociente y 40 de resto. Hallar una de las partes.

Rpta.: