TARÍ
EDUCAÇ
PÚBL

Educación básica. Secundaria. Matemáticas. Programas de estudio 2006 fue elaborado por personal académico de la Dirección General de Desarrollo Curricular, que pertenece a la Subsecretaría de Educación Básica de la Secretaría de Educación Pública.

La SEP agradece a los profesores y directivos de las escuelas secundarias y a los especialistas de otras instituciones por su participación en este proceso.

Coordinador editorial
Esteban Manteca Aguirre

Diseño
Ismael Villafranco Tinoco

Corrección
Roberto Zavala Ruiz

Formación
Manuel Brito
Susana Vargas Rodríguez

Primera edición, 2006

© SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA, 2006
Argentina 28
Col. Centro, C.P. 06020
México, D.F.

ISBN 968-9076-02-7

Impreso en México
MATERIAL GRATUITO. PROHIBIDA SU VENTA

Indice

Presentación

La Secretaría de Educación Pública edita el Plan de Estudios para la Educación Secundaria 2006 y los programas correspondientes a las asignaturas que lo conforman, con el propósito de que los maestros y directivos conozcan sus componentes fundamentales, articulen acciones colegiadas para impulsar el desarrollo curricular en sus escuelas, mejoren sus prácticas docentes y contribuyan a que los alumnos ejerzan efectivamente el derecho a una educación básica de calidad.

Desde 1993 la educación secundaria fue declarada componente fundamental y etapa de cierre de la educación básica obligatoria. Mediante ella la sociedad mexicana brinda a todos los habitantes de este país oportunidades formales para adquirir y desarrollar los conocimientos, las habilidades, los valores y las competencias básicas para seguir aprendiendo a lo largo de su vida; enfrentar los retos que impone una sociedad en permanente cambio, y desempeñarse de manera activa y responsable como miembros de su comunidad y ciudadanos de México y del mundo.

Durante más de una década la educación secundaria se ha beneficiado de una reforma curricular que puso el énfasis en el desarrollo de habilidades y competencias básicas para seguir aprendiendo; impulsó programas para apoyar la actualización de los maestros; realizó acciones de mejoramiento de la gestión escolar y del equipamiento audiovisual y bibliográfico. Sin embargo, estas acciones no han sido suficientes para superar los retos que implica elevar la calidad de los aprendizajes, así como atender con equidad a los alumnos durante su permanencia en la escuela y asegurar el logro de los propósitos formativos plasmados en el currículo nacional.

Con base en el artículo tercero constitucional y en cumplimiento de las atribuciones que le otorga la Ley General de Educación, la Secretaría de Educación Pública plasmó en el Programa Nacional de Educación 2001-2006 el compromiso de impulsar una reforma de la educación secundaria que incluyera, además de una renovación del plan y de los programas de estudio, el apoyo permanente y sistemático a la profesionalización de los maestros y directivos del nivel, el mejoramiento de la infraestructura y del equipamiento escolar, así como el impulso a nuevas formas de organización y gestión que fortalecieran a la escuela como el centro de las decisiones y acciones del sistema educativo.

Para llevar a cabo la renovación del currículo, cuyo resultado se presenta en el Plan y en los Programas de Estudio 2006, se impulsaron diversos mecanismos que promovieran la participación de maestros y directivos de las escuelas secundarias de todo el país, de equipos técnicos estatales responsables de coordinar el nivel, y de especialistas en los contenidos de las diversas asignaturas que conforman el plan de estudios. En este proceso se contó con el apoyo y compromiso decidido de las autoridades educativas estatales.

De igual manera, y con el propósito de contar con evidencias sobre la pertinencia de los contenidos y de los enfoques para su enseñanza, así como de las implicaciones que tiene aplicar una nueva propuesta curricular en la organización de las escuelas y en las prácticas de los maestros, durante el ciclo 2005-2006 se desarrolló en escuelas secundarias de 30 entidades federativas la Primera Etapa de Implementación (PEI) del nuevo currículo. Los resultados del seguimiento a esa experiencia permiten atender con mejores recursos la generalización de la reforma curricular a todas las escuelas del país.

Es innegable el valor que tiene el proceso de construcción curricular arriba expresado. Por ello, y a fin de garantizar que en lo sucesivo se favorezca la participación social en la revisión y el fortalecimiento continuo de este servicio, la Secretaría de Educación Pública instalará Consejos Consultivos Interinstitucionales conformados por representantes de instituciones educativas especializadas en la docencia y la investigación sobre los contenidos de los programas de estudio; de las instituciones responsables de la formación inicial y continua; de asociaciones y colegios, tanto de maestros como de padres de familia; así como de organizaciones de la sociedad civil vinculadas con la educación básica. El funcionamiento de los Consejos en la evaluación permanente del plan y de los programas de estudio y de sus resultados permitirá atender con oportunidad las necesidades y retos que se presenten, instalar una política de desarrollo curricular apegada a las necesidades formativas de los ciudadanos, así como fortalecer en las escuelas la cultura de la evaluación y de la rendición de cuentas.

La Secretaría de Educación Pública reconoce que el currículo es básico en la transformación de la escuela; sin embargo, reconoce también que la emisión de un nuevo plan y programas de estudio es únicamente el primer paso para avanzar hacia la calidad de los servicios. Por ello, en coordinación con las autoridades educativas estatales, la Secretaría brindará los apoyos necesarios a fin de que los planteles, así como los profesores y directivos, cuenten con los recursos y condiciones necesarias para realizar la tarea que tienen encomendada y que constituye la razón de ser de la educación secundaria: asegurar que los jóvenes logren y consoliden las competencias básicas para actuar de manera responsable consigo mismos, con la naturaleza y con la comunidad de la que forman parte, y que participen activamente en la construcción de una sociedad más justa, más libre y democrática.

Secretaría de Educación Pública

Introducción

Mediante el estudio de las matemáticas se busca que los niños y jóvenes desarrollen una forma de pensamiento que les permita expresar matemáticamente situaciones que se presentan en diversos entornos socioculturales, así como utilizar técnicas adecuadas para reconocer, plantear y resolver problemas; al mismo tiempo, se busca que asuman una actitud positiva hacia el estudio de esta disciplina y de colaboración y crítica, tanto en el ámbito social y cultural en que se desempeñen como en otros diferentes.

Para lograr lo anterior, la escuela deberá brindar las condiciones que hagan posible una actividad matemática verdaderamente autónoma y flexible, esto es, deberá propiciar un ambiente en el que los alumnos formulen y validen conjeturas, se planteen preguntas, utilicen procedimientos propios y adquieran las herramientas y los conocimientos matemáticos socialmente establecidos, a la vez que comunican, analizan e interpretan ideas y procedimientos de resolución.

La actitud positiva hacia las matemáticas consiste en despertar y desarrollar en los alumnos la curiosidad y el interés por investigar y resolver problemas, la creatividad para formular conjeturas, la flexibilidad para modificar su propio punto de vista y la autonomía intelectual para enfrentarse a situaciones desconocidas; asimismo, consiste en asumir una postura de confianza en su capacidad de aprender.

La participación colaborativa y crítica resultará de la organización de actividades escolares colectivas en las que se requiera que los alumnos formulen, comuniquen, argumenten y muestren la validez de enunciados matemáticos, poniendo en práctica tanto las reglas matemáticas como socioculturales del debate, que los lleven a tomar las decisiones más adecuadas a cada situación.

Los contenidos que se estudian en la educación secundaria se han organizado en tres ejes: *Sentido numérico y pensamiento algebraico; Forma, espacio y medida* y *Manejo de la información.*

Sentido numérico y pensamiento algebraico alude a los fines más relevantes del estudio de la aritmética y del álgebra: por un lado, encontrar el sentido del lenguaje matemático, ya sea oral o escrito; por otro, tender un puente entre la aritmética y el álgebra, en el entendido de que hay contenidos de álgebra en la primaria, que se profundizan y consolidan en la secundaria.

Forma, espacio y medida encierra los tres aspectos esenciales alrededor de los cuales gira el estudio de la geometría y la medición en la educación básica. Es claro que no todo lo que se mide tiene que ver con formas o espacio, pero sí la mayor parte; las formas se trazan o se construyen, se analizan sus propiedades y se miden.

Manejo de la información tiene un significado muy amplio. En estos programas se ha considerado que la información puede provenir de situaciones deterministas, definidas —por ejemplo, por una función lineal—, o aleatorias, en las que se puede identificar una tendencia a partir de su representación gráfica o tabular.

La vinculación entre contenidos del mismo eje, entre ejes distintos o incluso con los de otras asignaturas es un asunto de suma importancia, puesto que la tendencia generalizada en la enseñanza ha sido la fragmentación o la adquisición del conocimiento en pequeñas dosis, lo que deja a los alumnos sin posibilidades de establecer conexiones o de ampliar los alcances de un mismo concepto.

En estos programas, la vinculación se favorece mediante la organización en bloques temáticos que incluyen contenidos de los tres ejes. Algunos vínculos ya se sugieren en las orientaciones didácticas y otros quedan a cargo de los profesores o de los autores de materiales de desarrollo curricular, tales como libros de texto o ficheros de actividades didácticas.

Un elemento más que atiende la vinculación de contenidos es el denominado *Aprendizajes esperados*, que se presenta al principio de cada bloque y donde se señalan, de modo sintético, los conocimientos y las habilidades que todos los alumnos deben alcanzar como resultado del estudio del bloque en cuestión.

Aunque la responsabilidad principal de los profesores de matemáticas es que los alumnos aprendan esta disciplina, el aprendizaje será más significativo en la medida en que se vincule con otras áreas. Por ejemplo: el estudio del movimiento rectilíneo uniforme tiene estrecha relación con el estudio de la función lineal y su representación algebraica y gráfica; el primer tema corresponde a la asignatura de Física y los siguientes son contenidos matemáticos de los ejes *Sentido numérico y pensamiento algebraico y de Manejo de la información*, respectivamente.

Cabe señalar que los conocimientos y habilidades en cada bloque se han organizado de tal manera que los alumnos vayan teniendo acceso gradualmente a contenidos cada vez más complejos y a la vez puedan establecer conexiones entre lo que ya saben y lo que están por aprender. Sin embargo, es probable que haya otros criterios igualmente válidos para establecer la secuenciación y, por lo tanto, no se trata de un orden rígido.

Al profundizar en el estudio de los contenidos de matemáticas que se proponen para la escuela secundaria se pretende que los alumnos logren un conocimiento menos fragmentado, con mayor sentido, de modo que cuenten con más elementos para abordar un problema. Estos programas parten de los conocimientos y las habilidades que los estudiantes obtuvieron en la primaria, para establecer lo que aprenderán en la secundaria. Los contenidos en este nivel se caracterizan, así, por un mayor nivel de abstracción que les permitirá a los alumnos resolver situaciones problemáticas más complejas.

Propósitos

En esta fase de su educación, por medio del eje *Sentido numérico y pensamiento algebraico*, los alumnos profundizan en el estudio del álgebra con los tres usos de las literales, conceptualmente distintos: como número general, como incógnita y en relación funcional. Este énfasis en el uso del lenguaje algebraico supone cambios importantes para ellos en cuanto a la forma de generalizar propiedades aritméticas y geométricas.

La insistencia en ver lo general en lo particular se concreta, por ejemplo, en la obtención de la expresión algebraica para calcular un término de una sucesión regida por un patrón; en la modelación y resolución de problemas por medio de ecuaciones con una o dos incógnitas; en el empleo de expresiones algebraicas que representan la relación entre dos variables, la cual, para este nivel, puede ser lineal (en la que la proporcionalidad es un caso particular), cuadrática o exponencial.

En cuanto al eje *Manejo de la información* se resuelven problemas que requieren el análisis, la organización, la representación y la interpretación de datos provenientes de diversas fuentes. Este trabajo se apoya fuertemente en nociones matemáticas tales como porcentaje, probabilidad, función y en general en el significado de los números enteros, fraccionarios y decimales.

El eje *Forma, espacio y medida* favorece de modo especial el desarrollo de la competencia de argumentación. Por ejemplo, para construir, reproducir o copiar una figura, hay que argumentar las razones por las que un trazo en particular es válido o no, tomando como base las propiedades de dicha figura. Lo mismo ocurre si se trata de determinar si dos triángulos son congruentes o semejantes.

Finalmente, la comprensión de los diversos conceptos matemáticos deberá sustentarse en actividades que pongan en juego la intuición, pero a la vez favorezcan el uso de herramientas matemáticas para ampliar, reformular o rechazar las ideas previas. Así, por ejemplo, en el caso de la probabilidad los alumnos anticipan resultados, realizan actividades de simulación y exploración de fenómenos aleatorios y expresan propiedades, como la independencia, la equiprobabilidad, la complementariedad, etc. De este modo se intenta propiciar el desarrollo del pensamiento probabilístico.

Enfoque

La formación matemática que le permita a cada miembro de la comunidad enfrentar y responder a determinados problemas de la vida moderna dependerá, en gran parte, de los conocimientos adquiridos y de las habilidades y actitudes desarrolladas durante la educación básica. La experiencia que vivan los niños y jóvenes al estudiar matemáticas en la escuela, puede traer como consecuencias: el gusto o rechazo, la creatividad para buscar soluciones o la pasividad para escucharlas y tratar de reproducirlas, la búsqueda de argumentos para validar los resultados o la supeditación de éstos al criterio del maestro.

El planteamiento central en cuanto a la metodología didáctica que sustentan los programas para la educación secundaria consiste en llevar a las aulas actividades de estudio que despierten el interés de los alumnos y los inviten a reflexionar, a encontrar diferentes formas de resolver los problemas y a formular argumentos que validen los resultados.

El conocimiento de reglas, algoritmos, fórmulas y definiciones sólo es importante en la medida en que los alumnos lo puedan usar, de manera flexible, para solucionar problemas. De ahí que su construcción amerite procesos de estudio más o menos largos, que van de lo informal a lo convencional, ya sea en términos de lenguaje, como de representaciones y procedimientos. La actividad intelectual fundamental en estos procesos se apoya más en el razonamiento que en la memorización.

Los avances logrados en el campo de la didáctica de la matemática en los últimos años dan cuenta del papel determinante que desempeña *el medio*, entendido como la situación o las situaciones problemáticas que hacen pertinente el uso de las herramientas matemáticas que se pretende estudiar, así como los procesos que siguen los alumnos para construir nuevos conocimientos y superar las dificultades que surgen en el proceso de aprendizaje. Toda situación problemática presenta obstáculos cuya solución no puede ser tan sencilla que quede fija de antemano, ni tan difícil que parezca imposible de resolver por quien se ocupa de ella. La solución debe ser construida en el entendido de que existen diversas estrategias posibles y hay que usar al menos una. Para resolver la situación, el alumno debe usar los conocimientos previos, mismos que le permiten *entrar* en la situación, pero el desafío se encuentra en reestructurar algo que ya sabe, sea para modificarlo, para ampliarlo, para rechazarlo o para volver a aplicarlo en una nueva situación.

A partir de esta propuesta, tanto los alumnos como el maestro se enfrentan a nuevos retos que reclaman actitudes distintas frente al conocimiento matemático e ideas diferentes sobre lo que significa enseñar y aprender. No se trata de que el maestro busque las explicaciones más sencillas y amenas, sino de que analice y proponga problemas interesantes, debidamente articulados, para que los alumnos aprovechen lo que ya saben y avancen en el uso de técnicas y razonamientos cada vez más eficaces.

Seguramente el planteamiento de ayudar a los alumnos a estudiar matemáticas con base en actividades de estudio cuidadosamente seleccionadas resultará extraño para muchos maestros compenetrados con la idea de que su papel es enseñar, en el sentido de transmitir información. Sin embargo, vale la pena intentarlo, pues abre el camino para experimentar un cambio radical en el ambiente del salón de clases: los alumnos piensan, comentan, discuten con interés y aprenden, y el maestro revalora su trabajo docente. Este escenario no se halla exento de contrariedades y para llegar a él hay que estar dispuesto a afrontar problemas como los siguientes:

a) *La resistencia de los alumnos* a buscar por su cuenta la manera de resolver los problemas que se les plantean. Aunque habrá desconcierto al principio, tanto de los alumnos como del maestro, vale la pena insistir en que sean los estudiantes quienes encuentren las soluciones. Pronto se empezará a notar un ambiente distinto en el salón de clases, esto es, los alumnos compartirán sus ideas, habrá acuerdos y desacuerdos, se expresarán con libertad y no habrá duda de que reflexionan en torno al problema que tratan de resolver.
b) *La dificultad para leer y por lo tanto para comprender* los enunciados de los problemas. Se trata de una situación muy común, cuya solución no corresponde únicamente a la asignatura de Español. Muchas veces los alumnos obtienen resultados diferentes que no por ello son incorrectos, sino que corresponden a una interpretación distinta del problema, de manera que el maestro tendrá que averiguar cómo interpretan los alumnos la información que reciben de manera oral o escrita.
c) *El desinterés por trabajar en equipo*. El trabajo en equipo es importante, porque ofrece a los alumnos la posibilidad de expresar sus ideas y de enriquecerlas con las opiniones de los demás, porque desarrollan la actitud de colaboración y la habilidad para argumentar; además, de esta manera se facilita la puesta en común de los procedimientos que encuentran. Sin embargo, la actitud para trabajar en equipo debe ser fomentada por el maestro, quien debe insistir en que cada integrante asuma la responsabilidad de la tarea que se trata de resolver, no de manera individual sino colectiva. Por ejemplo, si la tarea consiste en resolver un problema, cualquier miembro del equipo debe estar en posibilidad de explicar el procedimiento que se utilizó.
d) *La falta de tiempo para concluir las actividades*. Muchos maestros comentan que si llevan a cabo el enfoque didáctico en el que se propone que los alumnos resuelvan problemas con sus propios medios, discutan y analicen sus procedimientos y resultados, no les alcanza el tiempo para concluir el programa. Con este argumento, algunos optan por continuar con el esquema tradicional en el que el maestro da la clase mien-

tras los alumnos escuchan, aunque no comprendan. Ante una situación como ésta habrá que recordar que más vale dedicar tiempo a que los alumnos adquieran conocimientos con significado y desarrollen habilidades que les permitan resolver diversos problemas y seguir aprendiendo, que a enseñar conocimientos que pronto serán olvidados. En la medida en que los alumnos comprendan lo que estudian, los maestros no tendrán que repetir una y otra vez las mismas explicaciones y esto se traducirá en mayores niveles de logro educativo.

e) *Espacios insuficientes para compartir experiencias*. Al mismo tiempo que los profesores asumen su propia responsabilidad, la escuela en su conjunto debe cumplir la suya: brindar una educación de calidad a todo el alumnado. Esto significa que no basta con que un maestro o una maestra proponga a sus alumnos problemas interesantes para que reflexionen, sino que la escuela toda debe abrir oportunidades de aprendizaje significativo. Para ello será de gran ayuda que los profesores compartan experiencias, pues, exitosas o no, hablar de ellas y escucharlas les permitirá mejorar permanentemente su trabajo.

Planificación

Una de las tareas docentes fundamentales que ayuda a garantizar que el proceso de enseñanza, estudio y aprendizaje de las Matemáticas sea eficiente es la planeación de clases, pues ésta permite anticipar expectativas en torno a la eficacia de las actividades que se plantean y a la vez en relación con el desempeño de los alumnos, así como de las estrategias didácticas del profesor.

Infortunadamente, en muchos casos esta tarea ha representado para el profesor un requisito administrativo, por lo que sus planes de clase no siempre reflejan lo que realmente sucede en el aula.

Con el objeto de lograr los propósitos descritos en esta propuesta curricular, es necesario diseñar un modelo de plan de clase que realmente sirva de apoyo para concretar las intenciones didácticas que el profesor plantea en su trabajo diario.

Las características de un plan de clase funcional, de acuerdo con el enfoque de esta propuesta curricular, son las siguientes:

- *Que sea útil*, esto es, que le permita al profesor determinar el contenido que se estudiará en cada sesión y la actividad, problema o situación que considere más adecuada para que los alumnos construyan los conocimientos esperados.
- *Que sea conciso*, es decir, que contenga únicamente los elementos clave que requiere el profesor para guiar el desarrollo de la clase.
- *Que permita mejorar el desempeño docente:* cuando el profesor está planificando, imagina, anticipa y visualiza el desempeño de los alumnos; es decir, está conjeturando lo que va a ocurrir en la clase, por ejemplo, las posibles dificultades que tendrán los alumnos al resolver los problemas que les proponga o los procedimientos que pueden

utilizar. Esta reflexión previa le permite al profesor, en caso de no suceder lo que había previsto, hacer uso de otros recursos, considerados o no considerados en su planificación. Consecuentemente, la tarea de la planificación no termina con la puesta en marcha del plan de clase; el proceso culmina con la evaluación de éste. Para ello es necesario que se registren en él las observaciones que ayuden a tomar decisiones para mejorar el proceso de estudio. A continuación se presenta un ejemplo de Plan de clase, que intenta cubrir las características señaladas.

Plan de clase (1/4)

Escuela: ______________________________ **Fecha**: ______________
Prof.(a).: ____
Curso: Matemáticas 3 **Eje temático**: Sentido numérico y pensamiento algebraico

Apartado: 2.1. Utilizar ecuaciones no lineales para modelar situaciones y resolverlas utilizando procedimientos personales u operaciones inversas.

Intenciones didácticas:
Que los alumnos utilicen procedimientos personales para resolver problemas que pueden solucionarse mediante ecuaciones de segundo grado.

Consigna:
Van a trabajar en equipos para resolver el siguiente problema. Cuando encuentren la solución, traten de asegurarse de que es la correcta. Si lo desean, pueden usar calculadora.
El problema dice así: **El cuadrado de un número menos 5 es igual a 220. ¿Cuál es ese número?**

Consideraciones previas:
En caso de que el problema resulte muy fácil, habrá una puesta en común muy breve y enseguida se planteará el siguiente problema: ***El cuadrado de un número, más tres veces el mismo número, menos 5 es igual a 203. ¿Cuál es ese número?***

Observaciones posteriores:

____
____
____
____

Evaluación

Sin duda uno de los componentes del proceso educativo que contribuye de manera importante para lograr mayor calidad en la práctica docente es el que se refiere a la evaluación de los aprendizajes. Al margen de las evaluaciones externas que se aplican en muchas escuelas del país, cuya finalidad es recabar información sobre el sistema educativo nacional o estatal, los profesores frente a grupo tienen la responsabilidad de saber en todo momento del curso escolar qué saben hacer sus alumnos, qué no y qué están en proceso de aprender. Para obtener tal información cuentan con una gran variedad de recursos, como registros breves de observación, cuadernos de trabajo de los alumnos, listas de control o las pruebas.

La evaluación que se plantea combina dos aspectos que son complementarios. El primero se refiere a qué tanto saben hacer los alumnos y en qué medida aplican lo que saben, en estrecha relación con los contenidos matemáticos que se estudian en cada grado. Para apoyar a los profesores en este aspecto se han definido los aprendizajes esperados en cada bloque temático. En ellos se sintetizan los conocimientos y las habilidades que todos los alumnos deben adquirir al estudiar cada bloque.

Es evidente que los aprendizajes esperados no corresponden uno a uno con los apartados de conocimientos y habilidades, pero conviene explicar por qué. En primer lugar, porque los apartados de conocimientos y habilidades en cada bloque no son completamente ajenos entre sí, es posible y deseable establecer vínculos entre ellos para darles mayor significado a los aprendizajes, incluso algunos de esos vínculos ya están señalados en la columna de orientaciones didácticas.

En segundo lugar, porque cada apartado de conocimientos y habilidades es parte de una secuencia que se desarrolla en varios bloques y a veces en varios grados, de manera que al determinar los aprendizajes esperados, entre otras cosas, fue necesario establecer el momento adecuado para la evaluación.

Con el segundo aspecto se intenta ir más allá de los aprendizajes esperados y, por lo tanto, de los contenidos que se estudian en cada grado; se trata de lo que algunos autores llaman competencias matemáticas y cuyo desarrollo deriva en conducirse competentemente en la aplicación de las matemáticas o en ser competente en matemáticas. Como esta propuesta se concentra en apoyar la práctica docente y en evitar planteamientos que puedan confundir, se hace referencia a sólo cuatro competencias que tienen características claras y pueden distinguirse entre sí: el planteamiento y la resolución de problemas, la argumentación, la comunicación y el manejo de técnicas. A continuación se describe cada una de ellas.

- *Planteamiento y resolución de problemas*. Implica que los alumnos sepan identificar, plantear y resolver diferentes tipos de problemas o situaciones. Por ejemplo, problemas con solución única, otros con varias soluciones o ninguna solución; problemas en los que sobren o falten datos; problemas o situaciones en los que son los alumnos quienes plantean las preguntas. Se trata también de que los alumnos sean capaces de resolver un problema utilizando más de un procedimiento, reconociendo cuál o cuáles son más eficaces; o bien, que puedan probar la eficacia de un procedimiento al cambiar uno o más valores de las variables o el contexto del problema, para generalizar procedimientos de resolución.
- *Argumentación*. Cuando el profesor logra que sus alumnos asuman la responsabilidad de buscar al menos una manera de resolver cada problema que plantea, junto con ello crea las condiciones para que dichos alumnos vean la necesidad de formular argumentos que les den sustento al procedimiento y/o solución encontrados, con base en las reglas del debate matemático. Dichos argumentos pueden ubicarse, según las investigaciones que se han consultado, en tres niveles de complejidad y corresponden a tres finalidades distintas: para explicar, para mostrar o justificar informalmente o para demostrar.

  Los argumentos del primer tipo son utilizados por un emisor, convencido de la veracidad de una proposición o de un resultado, para hacerla entender a uno o más interlocutores. La explicación puede ser discutida, refutada o aceptada.

  Una explicación que es aceptada en un grupo dado y en un momento dado se considera consensuada (mostrada), con la condición de que ésta se apoye en criterios comunes para todos los interlocutores.

  Una demostración matemática se organiza mediante una secuencia de enunciados reconocidos como verdaderos o que se pueden deducir de otros, con base en un conjunto de reglas bien definido.

  Puesto que la secundaria es el último tramo de la educación básica, el énfasis de la argumentación se pondrá en la explicación y la muestra, y sólo en ciertos casos, en tercer grado, los alumnos conocerán algunas demostraciones con ayuda del maestro, con la idea de que las utilicen para resolver y validar la solución de otros problemas.
- *Comunicación*. Comprende la posibilidad de expresar y representar información matemática contenida en una situación o del fenómeno, así como la de interpretarla. Requiere que se comprendan y empleen diferentes formas de representar la información cualitativa y cuantitativa relacionada con la situación; que se establezcan relaciones entre estas representaciones; que se expongan con claridad las ideas matemáticas encontradas; que se deduzca la información derivada de las representaciones y se infieran propiedades, características o tendencias de la situación o del fenómeno representados.

- *Manejo de técnicas*. Esta competencia se refiere al uso eficiente de procedimientos y formas de representación al efectuar cálculos, con el apoyo de tecnología o sin él. Muchas veces el manejo eficiente o deficiente de técnicas establece la diferencia entre quienes resuelven los problemas de manera óptima y quienes alcanzan una solución deficiente. Esta competencia no se limita a hacer un uso mecánico de las operaciones aritméticas y algebraicas; apunta principalmente al desarrollo del sentido numérico y del pensamiento algebraico, que se manifiesta en la capacidad de elegir adecuadamente la o las operaciones al resolver un problema; en la utilización del cálculo mental y la estimación, en el empleo de procedimientos abreviados o atajos a partir de las operaciones que se requieren en un problema y en evaluar la pertinencia de los resultados. Para lograr el manejo eficiente de una técnica es necesario que los alumnos la sometan a prueba en muchos problemas distintos. Así adquirirán confianza en ella y la podrán adaptar a nuevos problemas. El manejo de técnicas guarda una relación muy estrecha con la argumentación, en tanto que en muchos casos es necesario encontrar razones que justifiquen un procedimiento o un resultado.

La metodología didáctica de los programas de Matemáticas está orientada al desarrollo de estas competencias y por eso exige dejar atrás la postura tradicional que consiste en “dar la clase”, explicando paso a paso lo que los alumnos deben hacer y preocupándose por simplificarles el camino que por sí solos deben encontrar. Con el fin de ir más allá de la caracterización de las competencias y tener más elementos para describir el avance de los alumnos en cada una de ellas, se sugiere a los profesores establecer líneas de progreso que definan el punto inicial y la meta a la que se puede aspirar. A continuación se enuncian algunos ejemplos de líneas de progreso que podrían considerarse en la evaluación del logro de estas competencias.

De resolver con ayuda a resolver de manera autónoma. La mayoría de los profesores de nivel básico estará de acuerdo en que, cuando los alumnos resuelven problemas, hay una tendencia muy fuerte a recurrir al maestro, incluso en varias ocasiones, para saber si el procedimiento que siguen es correcto. Resolver de manera autónoma implica que los alumnos se hagan cargo del proceso de principio a fin, considerando que el fin no es sólo encontrar un resultado, sino comprobar que es correcto, tanto en el ámbito de los cálculos como en el de la solución real, en caso de que se requiera.

De los procedimientos informales a los procedimientos expertos. Un principio fundamental que subyace en la resolución de problemas tiene que ver con el hecho de que los alumnos utilicen sus conocimientos previos, con la posibilidad de que éstos evolucionen poco a poco ante la necesidad de resolver problemas cada vez más complejos. Necesariamente, al iniciarse en el estudio de un tema o de un nuevo tipo de problemas, los alumnos usan procedimientos informales y a partir de ese punto es tarea del maestro que dichos procedimientos se sustituyan por otros cada vez más eficaces. Cabe aclarar que el carácter de *informal* o *experto* de un procedimiento depende del problema que se trata de resolver; por ejemplo, para un problema de tipo multiplicativo la suma es un procedimiento informal, pero esta misma operación es un procedimiento experto para un problema de tipo aditivo.

De la justificación pragmática a la justificación axiomática. Según la premisa de que los conocimientos y las habilidades se construyen mediante la interacción de los alumnos, con el objeto de conocimiento y con el maestro, un ingrediente importante en este proceso es la validación de los procedimientos y resultados que se encuentran, de manera que otra línea de progreso que se puede apreciar con cierta claridad es pasar de la explicación pragmática ("porque así me salió") a los argumentos apoyados en propiedades o axiomas conocidos.

Hay que estar conscientes de que los cambios de actitud no se dan de un día para otro, ni entre los profesores ni entre los alumnos, pero si realmente se quiere obtener mejores logros en los aprendizajes, desarrollar competencias y revalorar el trabajo docente, vale la pena probar y darse la oportunidad de asombrarse ante lo ingenioso de los razonamientos que los alumnos pueden hacer, una vez que asumen que la resolución de un problema está en sus manos.

Secuencia y organización de contenidos

Los contenidos de cada grado están organizados en cinco bloques, en cada uno hay temas y subtemas de los tres ejes descritos. Esta organización tiene dos propósitos fundamentales; por una parte, se trata de que los profesores y sus alumnos puedan establecer metas parciales a lo largo del año escolar y, por la otra, se pretende garantizar el estudio simultáneo de los tres ejes durante el curso.

Los contenidos, que se han organizado en apartados, se denominan aquí *conocimientos y habilidades*, lo cual significa que se privilegia la construcción de significados y de herramientas matemáticas por parte de los alumnos, con base en la resolución de problemas. Se ha procurado que estos enunciados sean suficientemente claros, no sólo en cuanto a lo que se pretende estudiar, sino también en cuanto a la profundidad del estudio. Por cada apartado se incluye una columna con *orientaciones didácticas* en la que se fundamenta la necesidad de estudiar los aspectos planteados en la columna de *conocimientos y habilidades* y se dan ejemplos de problemas o situaciones que se pueden plantear para organizar el estudio. También se sugieren actividades con el uso de la hoja de cálculo o de geometría dinámica y se establece la vinculación con otros temas de Matemáticas o incluso de otras asignaturas.

1er grado

Bloque 1

Como resultado del estudio de este bloque temático se espera que los alumnos:

1. Conozcan las características del sistema de numeración decimal (base, valor de posición, número de símbolos) y establezcan semejanzas o diferencias respecto a otros sistemas posicionales y no posicionales.
2. Comparen y ordenen números fraccionarios y decimales mediante la búsqueda de expresiones equivalentes, la recta numérica, los productos cruzados u otros recursos.
3. Representen sucesiones numéricas o con figuras a partir de una regla dada y viceversa.
4. Construyan figuras simétricas respecto de un eje e identifiquen cuáles son las propiedades de la figura original que se conservan.
5. Resuelvan problemas de conteo con apoyo de representaciones gráficas.

Conocimientos y habilidades

1.1. Identificar las propiedades del sistema de numeración decimal y contrastarlas con las de otros sistemas numéricos posicionales y no posicionales.

Orientaciones didácticas

Los sistemas de numeración que utilizan o han utilizado diversos grupos sociales y culturales, como el romano, el sexagesimal de los babilonios o el vigesimal de los mayas, si bien permiten representar cualquier número, no ofrecen las posibilidades del sistema decimal de numeración para efectuar operaciones. Aunque el estudio de este tema se inicia desde los primeros grados de primaria, es necesario que en este curso de primer grado de secundaria se planteen actividades para que los alumnos analicen diferentes formas de representar y nombrar números, resaltando las ventajas y desventajas de cada sistema, así como las dificultades de su construcción a lo largo de la historia.

En el caso del sistema decimal de numeración es muy importante analizar el sistema oral (o escrito con letras), que a diferencia del escrito (en cifras), no es posicional y se descompone con base en potencias de mil, como puede verse en el nombre del siguiente número:

38 005 326 (treinta y ocho millones, cinco mil trescientos veintiséis):
$$38\ (1\ 000^2) + 5\ (1\ 000) + 326$$

Si en el entorno sociocultural de los alumnos existe un sistema numérico o de medidas distinto del decimal, es conveniente dedicar tiempo a analizarlo, con base en las características que ya conocen, tanto del sistema decimal como de otros sistemas.

Vínculos: Español. Tema: Escribir una monografía en la que se integre la información de resúmenes y notas.

Subtema NÚMEROS FRACCIONARIOS Y DECIMALES

Conocimientos y habilidades

1.2. Representar números fraccionarios y decimales en la recta numérica a partir de distintas informaciones, analizando las convenciones de esta representación.

Orientaciones didácticas

La recta numérica se utiliza como recurso para dar sentido a los números fraccionarios. Cuando se aborde la representación de estos números deberá explicarse la necesidad de asignar el cero a un punto de la recta, de determinar una unidad y con base en ésta determinar la ubicación de cualquier número. Algunos ejemplos de problemas que se pueden plantear son:

- Ubiquen en la recta numérica $\frac{3}{4}$ y $\frac{5}{3}$ (previamente deben encontrarse representados 1 y $\frac{5}{2}$).
- Representen en la recta numérica $\frac{7}{4}$ y $\frac{1}{2}$ e intercalen entre ellos cinco fracciones.
- Ubiquen 3.5 y 1.8 (previamente deben encontrarse representados 2.3 y 4.5).

El segundo ejemplo tiene que ver con dos nociones importantes: la densidad y el orden de fracciones. Respecto a la primera noción, se sugiere realizar una actividad que tome como referencia a la recta numérica para llevar a los alumnos a concluir que, dadas dos fracciones de valores diferentes, siempre es posible intercalar otra fracción. La segunda noción está presente también en esa actividad, ya que en cada etapa del proceso de intercalación están implicadas tres fracciones, la menor, la mayor y la que se intercala. Para determinar el orden de las fracciones podrán utilizarse recursos como las fracciones equivalentes, los productos cruzados y otros. Lo mismo puede hacerse con los números decimales.

Nótese que para ubicar fracciones, las particiones dependen de los denominadores; en tanto que para ubicar decimales, siempre se puede partir en potencias de 10. En la resolución de estos problemas se tendrá oportunidad de revisar conceptos y procedimientos estudiados en la primaria, como los de fracciones reducibles e irreducibles, la simplificación de fracciones, la reducción de fracciones a un común denominador y conversión de una fracción a decimal y viceversa.

Tema Significado y uso de las literales

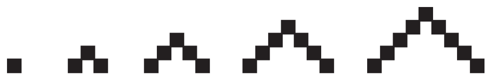
Subtema **PATRONES Y FÓRMULAS**

Conocimientos y habilidades

1.3. Construir sucesiones de números a partir de una regla dada. Determinar expresiones generales que definen las reglas de sucesiones numéricas y figurativas.

Orientaciones didácticas

Para continuar el desarrollo del pensamiento algebraico iniciado en la primaria con la construcción de fórmulas geométricas, se sugiere utilizar sucesiones numéricas y figurativas sencillas para encontrar la expresión general que define un elemento cualquiera de la sucesión. Por ejemplo, dada la siguiente sucesión de figuras:


1 2 3 4 5

Se pueden plantear preguntas como éstas:

- Si la cantidad de mosaicos que forman cada figura continúa aumentando en la misma forma:

  ¿Cuántos mosaicos tendrá la figura que ocupe el lugar 10?
  ¿Cuántos mosaicos tendrá la figura que va en el lugar 20?
  ¿Cuántos mosaicos tendrá la figura que va en el lugar 50?

Es probable que para responder la primera pregunta los estudiantes dibujen las figuras, pero para contestar la segunda, y sobre todo la tercera, observarán que deben encontrar una regla, que en principio puedan enunciar verbalmente y luego de manera simbólica, hasta llegar a la expresión algebraica usual.

Es necesario no caer en la tentación de decirles cuál es la regla general de la sucesión, sino animarlos a probar distintas alternativas hasta que encuentren una que les satisfaga.

El estudio que aquí se plantea respecto a los números naturales deberá continuarse en segundo grado al estudiar los números con signo.

Conocimientos y habilidades

1.4. Explicar en lenguaje natural el significado de algunas fórmulas geométricas, interpretando las literales como números generales con los que es posible operar.

Orientaciones didácticas

Con el objeto de que los alumnos interpreten las literales que aparecen en las fórmulas como números generales y no como simples etiquetas que evocan las dimensiones de las figuras, es necesario plantear preguntas que apunten hacia la generalización de procedimientos. Por ejemplo:

- Dada una figura que representa un marco cuadrado que mide 15 cm por lado, ¿cómo se puede saber el perímetro del marco? (nótese que no se trata de calcular el perímetro sino de enunciar el procedimiento). Suponiendo que el lado del marco midiera 28 cm, ¿cómo se determina el perímetro del marco? ¿Y si midiera 35 cm? En general, ¿cómo se determina el perímetro de cualquier cuadrado?

Como en el caso de las sucesiones numéricas y figurativas, se insiste primero en que los alumnos expresen en forma verbal el procedimiento o fórmula en cuestión y luego algebraicamente.

La idea de que es posible operar con la literal que representa una medida cualquiera se subraya cuando se pide a los alumnos que, por ejemplo en el caso del cuadrado, representen la fórmula del perímetro mediante una suma o un producto ($l + l + l + l$ o bien $4l$). De este modo se inicia también el trabajo con expresiones algebraicas equivalentes.

Puede seguirse un proceso similar para otras fórmulas sencillas, como las del área del cuadrado y del rectángulo, y las del perímetro de otros polígonos en los que dos o más lados sean del mismo tamaño (por ejemplo, polígonos regulares como el triángulo equilátero, los rombos, rectángulos y romboides).

Eje — Forma, espacio y medida
Tema — Transformaciones
Subtema — MOVIMIENTOS EN EL PLANO

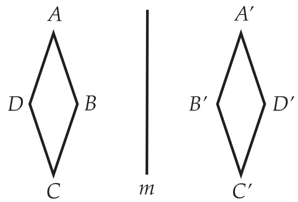
Conocimientos y habilidades

1.5. Construir figuras simétricas respecto de un eje, analizarlas y explicitar las propiedades que se conservan en figuras tales como: triángulos isósceles y equiláteros, rombos, cuadrados y rectángulos.

Orientaciones didácticas

En la primaria los alumnos llegan a explicitar las propiedades de la simetría axial sin utilizar la nomenclatura formal. En este grado se pretende que, dada una figura, analicen las propiedades que se conservan al construir su simétrica respecto de un eje (igualdad de lados y ángulos, paralelismo y perpendicularidad). Por ejemplo:

- Dada la figura *ABCD* y su simétrica *A'B'C'D'* obsérvese que *AD*//*BC* como *A'D'*//*B'C'*



¿Qué otros segmentos son paralelos en la figura original? ¿Se conserva esta misma relación en la figura simétrica?

¿Qué se puede decir acerca de la medida de los ángulos de la figura original y su simétrica?

¿Cómo son las diagonales de la figura original? ¿Y de la simétrica?

Actividad complementaria: "Propiedades de la simetría axial", en *Geometría dinámica.* EMAT, México, SEP, 2000, pp. 58-59.

Eje — Manejo de la información
Tema — Análisis de la información
Subtema — RELACIONES DE PROPORCIONALIDAD

Conocimientos y habilidades

1.6. Identificar y resolver situaciones de proporcionalidad directa del tipo "valor faltante" en diversos contextos, utilizando de manera flexible diversos procedimientos.

Orientaciones didácticas

Aunque este tipo de problemas se plantea desde la primaria, se trata ahora de profundizar en el análisis de los procedimientos que se utilizan y de avanzar en la formulación de las propiedades de una relación de proporcionalidad. Además de los procedimientos que emplean los alumnos de manera espontánea, conviene empezar a destacar el factor de proporcionalidad constante, es decir, que hay un factor por el cual se puede multiplicar cualquier elemento del conjunto x, para obtener el correspondiente del conjunto y. Es conveniente que en este primer bloque los factores constantes sean enteros o fracciones unitarias. Un ejemplo de los problemas que se pueden plantear es:

- Si una vela de 25 cm de altura dura encendida 50 horas:
  ¿Cuánto tiempo duraría encendida otra vela del mismo grosor, de 12 cm de altura?

Si los alumnos tienen dificultades para resolver este problema, el maestro puede ayudarles planteando las siguientes preguntas:

¿Cuánto duraría una vela de 1 cm?
¿Cuánto duraría una vela de 10 cm?
¿Y una de 11 cm?

Conocimientos y habilidades	Orientaciones didácticas
1.7. Elaborar y utilizar procedimientos para resolver problemas de reparto proporcional.	Éste es otro tipo de problemas en el que se pone en juego el razonamiento proporcional, cuyo estudio se inicia en este grado, de manera que es importante favorecer el uso de procedimientos informales y discutirlos, incluso si los alumnos tienen en cuenta otros criterios ajenos a la proporcionalidad, tales como la amistad, la edad, etc. Un ejemplo típico de estos problemas es el siguiente:

- Tres amigos obtienen un premio de $1 000.00 en la lotería. ¿Cómo deben repartírselo según lo que gastó cada uno si uno de ellos puso $12.00, el otro $8.00 y el tercero $15.00?

Una variante del problema anterior, donde deben hacerse algunos cálculos para obtener la información necesaria, sería ésta:

- Supongan ahora que el premio es de $1 500.00; si uno de ellos aportó una séptima parte del costo del billete y los otros dos amigos, el resto en partes iguales, ¿qué cantidad le corresponde a cada uno, si reparten el premio proporcionalmente?

Se sugiere buscar ejemplos que consideren diversos contextos culturales.

Conocimientos y habilidades

1.8. Resolver problemas de conteo utilizando diversos recursos, tales como tablas, diagramas de árbol y otros procedimientos personales.

Orientaciones didácticas

Los alumnos han utilizado tablas y diagramas de árbol en la primaria para resolver problemas de conteo. En este grado se trata de sistematizar estos recursos y encontrar regularidades que permitan acortar caminos para encontrar soluciones. La dificultad de estos problemas tiene que ver, entre otras variables, con la cantidad y el tipo de elementos que se van a combinar. Algunos ejemplos sencillos son:

- Andrea, Bety, Caro y Daniela se citan en una cafetería. Las cuatro amigas llegaron a la cita de una en una. Determinar todos los ordenamientos posibles en que pudieron haber llegado.

Conviene plantear variantes de este problema para que los alumnos identifiquen regularidades en los procedimientos de solución y logren hacer generalizaciones. Una variante podría ser: Si Caro es la amiga que llegó primero, determina todos los ordenamientos posibles en que pudieron haber llegado las otras tres.

- En una caja hay cinco fichas marcadas con los números 1, 3, 5, 7 y 9. Se extrae una ficha de la caja y se anota su número. La ficha extraída se regresa a la caja y nuevamente se realiza una extracción. ¿Cuántos números diferentes de dos cifras es posible formar? Una variante de este ejemplo es: ¿Cuántos números diferentes de dos cifras se pueden formar si la primera ficha que se extrae no se regresa a la caja?

Bloque 2

Como resultado del estudio de este bloque temático se espera que los alumnos:

1. Resuelvan problemas que implican efectuar sumas, restas, multiplicaciones y divisiones con fracciones.
2. Resuelvan problemas que implican efectuar multiplicaciones con números decimales.
3. Justifiquen el significado de fórmulas geométricas que se utilizan al calcular el perímetro y el área de triángulos, cuadriláteros y polígonos regulares.
4. Resuelvan problemas de proporcionalidad directa del tipo valor faltante, con factor de proporcionalidad entero o fraccionario y problemas de reparto proporcional.

Subtema — **PROBLEMAS ADITIVOS**

Conocimientos y habilidades

2.1. Resolver problemas aditivos con números fraccionarios y decimales en distintos contextos.

Orientaciones didácticas

En este grado los alumnos consolidarán el uso de los algoritmos al resolver problemas, con base en la equivalencia de fracciones, a la vez que echarán mano de recursos suficientemente flexibles como el cálculo mental y la estimación. Por ejemplo, al resolver la operación:

$$\frac{7}{15}+\frac{1}{40}+\frac{19}{20}$$

Los alumnos deberían saber que la suma es aproximadamente $1\frac{1}{2}$, puesto que $\frac{7}{15}$ es casi $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{40}$ es casi cero y $\frac{19}{20}$ es casi uno.

En el cálculo estimativo con números decimales deberá distinguirse entre problemas en los que interesa considerar la parte decimal y otros en los que ésta puede no tenerse en cuenta, sin que ello afecte el resultado. Por ejemplo, si se estima el monto a pagar en la compra del supermercado, dejando de lado los centavos, puede haber una diferencia considerable con el resultado exacto, puesto que casi todos los precios incluyen 90 o 99 centavos.

Al igual que con los números fraccionarios, los alumnos deben distinguir entre los problemas en los que es suficiente una estimación y los que exigen un resultado exacto. Se aprovechará el proceso de resolución de problemas para, en caso necesario, revisar las nociones de números fraccionarios, sus usos y significados en diversos contextos.

Vínculos. Música. Tema: ¿Con qué se hace música? Construir con sonidos. Se sugiere utilizar los valores de las notas musicales para interpretar y construir compases.

Subtema — **PROBLEMAS MULTIPLICATIVOS**

Conocimientos y habilidades

2.2. Resolver problemas que impliquen la multiplicación y división con números fraccionarios en distintos contextos.

Orientaciones didácticas

Éste es un contenido nuevo para los alumnos, puesto que no se incluye en los programas de primaria. Los problemas que llevan a efectuar multiplicaciones o divisiones se ubican en el contexto de la proporcionalidad. Por ello el estudio de estas operaciones se relaciona estrechamente con el eje *Manejo de la información*. Para plantear un problema que implique multiplicar o dividir, puede buscarse una relación proporcional entre dos magnitudes y decidir cuál de estos términos se va a calcular. Algunos ejemplos de problemas que se pueden plantear son:

- Tres niños tienen $2\frac{3}{4}$ *l* de jugo de naranja cada uno. ¿Cuántos litros tienen en total?
- Una lancha recorre $38\frac{1}{2}$ km en $1\frac{3}{4}$ horas. ¿Qué distancia puede recorrer en una hora?

- En un examen aprobaron $\frac{3}{5}$ partes de los estudiantes que lo presentaron. Si lo presentaron 240 alumnos, ¿cuántos lo aprobaron?

Los casos más complejos son aquellos donde ambos términos de la multiplicación o de la división son fracciones y es muy importante que los alumnos tengan la posibilidad de justificar los resultados con procedimientos distintos de los algoritmos, como en el siguiente caso:

- Las $\frac{2}{5}$ partes de un terreno se usaron para construcción y el resto para jardín; $\frac{2}{3}$ del jardín tiene pasto y el resto otras plantas. ¿Qué parte del terreno completo tiene pasto?

Es importante que los alumnos vean la relación que existe entre la multiplicación y la división, tanto por la vía de los problemas como por medio de las operaciones. En el primer caso se puede ver que a partir de tres datos tales como:

1 kg de jamón cuesta \$80; compré $2\frac{1}{2}$ kg de jamón; en total pagué \$200.

Se pueden formular dos problemas de división y uno de multiplicación.

En el segundo caso conviene que los alumnos se den cuenta de que la división $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}$ equivale a la multiplicación $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}$.

Conocimientos y habilidades	Orientaciones didácticas
2.3. Resolver problemas que impliquen la multiplicación de números decimales en distintos contextos.	En la primaria, los alumnos utilizaron la multiplicación de números decimales al resolver problemas de proporcionalidad directa, en particular mediante el uso del valor unitario. En ese contexto reflexionaron sobre el significado de esa operación y de su resultado. Ahora se trata de fortalecer esos significados y extenderlos a otros contextos. Para ello puede pedirse a los alumnos que elaboren una tabla que represente una situación de proporcionalidad directa. Por ejemplo, la siguiente:

- Una lancha recorre 7.20 metros por segundo. ¿Qué distancia recorrerá en 2 segundos? ¿Y en 1.9, 1.8, 1.7, …, 1.1 segundos? ¿Y en 0.9, 0.8, 0.7, …, 0.1 segundos?
  ¿Por qué unos productos son mayores y otros menores que 7.20?

Otros contextos en los que se usa la multiplicación de decimales y en los que conviene reflexionar sobre el significado de los factores y el producto se ejemplifican enseguida:

- El hierro pesa 0.88 veces lo que pesa el cobre. Una pieza de cobre pesa 7.20 gramos. ¿Cuánto pesa una pieza de hierro del mismo tamaño? ¿Por qué el resultado es menor que 7.20 gramos?
- Hallar el área de una tarjeta rectangular que mide 7.20 por 4.5 cm.

Subtema RECTAS Y ÁNGULOS

Conocimientos y habilidades

2.4. Utilizar las propiedades de la mediatriz de un segmento y la bisectriz de un ángulo para resolver diversos problemas geométricos.

Orientaciones didácticas

Se sugiere explorar las ideas que tienen los alumnos de recta, semirrecta y segmento. En caso de haber confusión, es necesario que el maestro explique cuál es la diferencia entre ellas, de manera que haya un lenguaje común en la clase. En relación con la mediatriz de un segmento y la bisectriz de un ángulo, se sugiere que los alumnos, a partir del trazo, describan las características de cada una de estas figuras y elaboren definiciones. El maestro puede apoyarlos con preguntas y contraejemplos hasta que logren definiciones precisas. De esta manera, los alumnos podrán utilizar la definición que mejor convenga según el problema que se les presente y argumentar su uso según la situación. Ejemplos:

- Dibujar un segmento y su mediatriz. Construir un triángulo con dos de sus vértices en los extremos del segmento. El tercer vértice sobre la mediatriz. ¿Qué tipo de triángulo es?
- Dado un segmento y su mediatriz, dibujar un rombo.
- Dada una circunferencia, localizar su centro.
- Las diagonales de un cuadrilátero son los segmentos que unen dos vértices opuestos. En el cuadrado, las bisectrices y las diagonales coinciden. Dibujar otro cuadrilátero con esta propiedad.

Actividad complementaria: "Mediatriz de un segmento", en *Geometría dinámica.* EMAT, México, SEP, 2000, pp. 38-39.

Subtema FIGURAS PLANAS

Conocimientos y habilidades

2.5. Construir polígonos regulares a partir de distintas informaciones.

Orientaciones didácticas

El desarrollo de esta habilidad no sólo es importante en sí misma, sino que ayuda a consolidar el conocimiento sobre las propiedades de las figuras. Se sugiere presentar una variedad de maneras de construir polígonos. Por ejemplo, haciendo un nudo con una tira de papel; con compás, regla y transportador (a partir de la medida del ángulo central); con regla graduada y transportador (a partir de la medida de un ángulo interior); con regla y compás (se basa en el trazo de mediatrices, bisectrices y perpendiculares); con escuadras graduadas.

Se puede iniciar el estudio planteando las siguientes actividades:

- Construyan un hexágono regular, teniendo en cuenta que en esta figura el radio de la circunferencia que la circunscribe es igual a la medida de un lado. ¿Qué instrumentos de geometría se necesitan para hacer dicha construcción? Dividan el hexágono regular en triángulos congruentes que tengan un vértice común (centro de la circunferencia circunscrita). ¿Qué tipo de triángulos se forman al subdividir el hexágono? Justifiquen la respuesta.

- Construyan un polígono regular de 3, 4, 6 y 8 lados con base en el ángulo central.
- Construyan un cuadrado inscrito en una circunferencia considerando su diámetro. ¿Cómo construyen un octágono a partir del cuadrado inscrito?

Actividad complementaria: "Construcción del paralelogramo", en *Geometría dinámica.* EMAT, México, SEP, 2000, pp. 50-51.

Vínculos: Español. Tema: Revisar reportes sobre observaciones de procesos, por ejemplo, observar y describir los procesos que se siguen para construir polígonos regulares.

Tema Medida

Subtema JUSTIFICACIÓN DE FÓRMULAS

Conocimientos y habilidades

2.6. Justificar las fórmulas de perímetro y área de triángulos, cuadriláteros y polígonos regulares.

Orientaciones didácticas

Si bien este tema se aborda desde primaria, en este grado es importante que los alumnos aprendan a reconstruir las fórmulas, si no las recuerdan, para lo cual es necesario que tengan diversas experiencias en la transformación de unas figuras en otras mediante el recorte y pegado o la unión de figuras, a sabiendas de que el área se conserva o se duplica. Por ejemplo, al unir dos trapecios isósceles congruentes se forma un romboide cuya base es la suma de las dos bases del trapecio y la altura se mantiene. Esto explica por qué la fórmula es base mayor más base menor por altura entre dos.

Eje Manejo de la información

Tema Análisis de la información

Subtema RELACIONES DE PROPORCIONALIDAD

Conocimientos y habilidades

2.7. Identificar y resolver situaciones de proporcionalidad directa del tipo "valor faltante" en diversos contextos, utilizando operadores fraccionarios y decimales.

Orientaciones didácticas

En este caso se trata de continuar el trabajo realizado en el bloque 1, pero volviendo aún más compleja la tarea mediante el uso de factores constantes de proporcionalidad fraccionarios. El desarrollo de esta habilidad va de la mano con la resolución de problemas que implican multiplicar o dividir números fraccionarios del eje *Sentido numérico y pensamiento algebraico.* Conviene hacer notar la relación que existe entre la constante de proporcionalidad y el valor unitario. Por ejemplo: "$\frac{1}{2}$ por cada uno" equivale a "por" $\frac{1}{2}$. A continuación se muestra un ejemplo de los problemas que se pueden plantear:

- Los lados de un triángulo miden respectivamente 5, 8 y 11 cm. Si en un triángulo hecho a escala de éste, el lado correspondiente a 5 cm mide 8 cm, ¿cuánto deben medir los otros dos lados?

En caso de que en el grupo no surja el uso del factor de proporcionalidad, que en este caso es $\frac{8}{5}$, por el cual se puede multiplicar las medidas originales para obtener las nuevas medidas, el profesor puede sugerir este procedimiento y solicitar a los alumnos que lo prueben con otros problemas similares.

Conocimientos y habilidades

2.8. Interpretar el efecto de la aplicación sucesiva de factores constantes de proporcionalidad en situaciones dadas.

Orientaciones didácticas

El desarrollo de esta habilidad favorece la comprensión del factor constante fraccionario, que ahora se puede ver como la composición de dos operadores enteros. Por ejemplo, "por $\frac{3}{4}$" puede interpretarse como la composición de "por 3, entre 4", o bien, "entre 4, por 3". Esta misma idea puede extenderse a dos o más factores fraccionarios o para la multiplicación por decimales: "por 0.17" equivale a "por $\frac{17}{100}$" y esto a su vez a "por 17, entre 100". Para el desarrollo de esta habilidad resultan adecuados los problemas de escala, en los cuales se pueden plantear diversos problemas, como los siguientes:

- Una fotografía se reduce con una escala de $\frac{1}{2}$ y enseguida se reduce nuevamente con una escala de $\frac{1}{4}$. ¿Cuál es la reducción total que sufre la fotografía original?
- Una fotografía se amplía con una escala de 3 a 1 y enseguida se reduce con una escala de $\frac{1}{3}$. ¿Cuál es el efecto final en relación con la fotografía original?

Puede vincularse este tema con los problemas de área del eje *Forma, espacio y medida*. Por ejemplo, si la fotografía original es un rectángulo de 216 cm^2, ¿qué área tendrá la fotografía reducida?

Vínculos: Biología. Tema: La nutrición como proceso vital. La elaboración de dietas balanceadas es un buen contexto para diseñar problemas de proporcionalidad directa.

Bloque 3

Como resultado del estudio de este bloque temático se espera que los alumnos:

1. Resuelvan problemas que implican efectuar divisiones con números decimales.
2. Resuelvan problemas que impliquen el uso de ecuaciones de las formas: $x + a = b$; $ax + b = c$, donde a, b y c son números naturales y/o decimales.
3. Resuelvan problemas que implican el cálculo de porcentajes o de cualquier término de la relación: Porcentaje = cantidad base × tasa.
4. Resuelvan problemas que implican el cálculo de cualquiera de los términos de las fórmulas para calcular el área de triángulos, romboides y trapecios. Asimismo, que expliquen la relación que existe entre el perímetro y el área de las figuras.
5. Interpreten y construyan gráficas de barras y circulares de frecuencias absolutas y relativas.
6. Comparen la probabilidad de ocurrencia de dos o más eventos aleatorios para tomar decisiones.

Conocimientos y habilidades

3.1. Resolver problemas que impliquen la división de números decimales en distintos contextos.

Orientaciones didácticas

Son dos los componentes fundamentales de esta habilidad: saber efectuar la operación que modela el problema e interpretar correctamente el resultado. El primer componente implica que los alumnos enfrenten una diversidad de casos en los que sea pertinente usar la propiedad de multiplicar el dividendo y el divisor por el mismo número, a sabiendas de que el resultado no cambia. Esta propiedad se vincula con la equivalencia de fracciones y con la idea de proporción.

El segundo componente se refiere al significado de los números decimales, que se ha trabajado ampliamente en la primaria, pero vale la pena repasar porque muy probablemente muchos alumnos siguen pensando que, por ejemplo, 2.5 horas son dos horas con cinco minutos, cuando en realidad se trata de dos horas con treinta minutos.

A diferencia de la división con números fraccionarios, en este caso hay muchos problemas cercanos al entorno de los alumnos que ellos mismos pueden plantear. Por ejemplo:

- Una cinta elástica puede alargarse hasta 3.3 veces su longitud original. Cuando está totalmente alargada alcanza una longitud de 13.86 metros. ¿Cuál es su longitud normal?
- Una canica pesa 0.026 kg. ¿Cuántas canicas tendrá una bolsa que pesa 1.222 kg? (suponemos que todas las canicas pesan lo mismo).

Tema Significado y uso de las literales
Subtema ECUACIONES

Conocimientos y habilidades

3.2. Resolver problemas que impliquen el planteamiento y la resolución de ecuaciones de primer grado de la forma $x + a = b$; $ax = b$; $ax + b = c$, utilizando las propiedades de la igualdad, con a, b y c números naturales o decimales.

Orientaciones didácticas

Las ecuaciones son una herramienta básica para la resolución de problemas cuando los procedimientos aritméticos resultan poco eficaces. En este grado el esfuerzo debe enfocarse a que los alumnos logren identificar el valor desconocido del problema, lo representen con una literal, planteen la ecuación correspondiente, interpreten la ecuación como una expresión que sintetiza las relaciones entre los datos y la cantidad desconocida del problema y, finalmente, que sean capaces de resolver la ecuación. Hay que tener en cuenta que los alumnos se enfrentan por primera vez a la necesidad de traducir el texto del problema al código algebraico y a la resolución de ecuaciones. Se sugiere entonces planear una sucesión de actividades que favorezca el uso de procedimientos informales y poco a poco familiarice a los estudiantes con el uso de las propiedades de la igualdad. Un ejemplo interesante del tipo de problemas que se pueden plantear es el siguiente:

- Pienso en un número. Cuando lo multiplico por 7 y le resto 9, obtengo 5. ¿Cuál es el número?
- Pienso en un número. Cuando lo multiplico por 3 y le añado 14, obtengo 15.5. ¿Cuál es el número?
- Pienso en un número. Si lo divido entre 4 y le resto 10, obtengo 15. ¿Cuál es ese número?

La gran ventaja de este tipo de problemas es que se pueden simplificar o complejizar tanto como se quiera, de modo que los alumnos vean las ventajas de utilizar ecuaciones.

Actividad complementaria: "Ecuaciones (1)", en *Hoja electrónica de cálculo. EMAT*, México, SEP, 2000, pp. 61-62.

Eje — **Forma, espacio y medida**

Tema — **Formas geométricas**

Subtema — **FIGURAS PLANAS**

Conocimientos y habilidades

3.3. Construir triángulos y cuadriláteros. Analizar las condiciones de posibilidad y unicidad en las construcciones.

Orientaciones didácticas

A diferencia de las construcciones geométricas que se realizan en primaria, con base en procedimientos específicos, en este grado se trata de anticipar, probar y justificar los datos que son necesarios y suficientes para llevar a cabo una construcción. Por ejemplo:

- Dados dos segmentos que deben ser iguales a dos lados de un triángulo, ¿se pueden dibujar dos triángulos distintos? ¿Cuántos triángulos distintos se pueden dibujar con base en esta información?
- Si en un grupo de 40 alumnos cada uno define tres segmentos para construir un triángulo, ¿cuántos triángulos distintos podrían construirse en el grupo?
- Dados dos segmentos que representan la base y la altura de un romboide, ¿se puede construir un romboide? ¿Cuántos romboides distintos se pueden construir con base en esta información?
- Dados tres segmentos tales que la suma de las longitudes de dos de ellos es igual a la longitud del tercer segmento, ¿es posible construir un triángulo?

Tema — **Medida**

Subtema — **ESTIMAR, MEDIR Y CALCULAR**

Conocimientos y habilidades

3.4. Resolver problemas que impliquen calcular el perímetro y el área de triángulos, romboides y trapecios. Realizar conversiones de medidas de superficie.

Orientaciones didácticas

Además de resolver problemas en los que los alumnos tengan que utilizar las fórmulas para calcular perímetros y áreas de triángulos y cuadriláteros, es conveniente vincular este conocimiento con otros conceptos, por ejemplo, con las ecuaciones, como en estos ejemplos:

- Si el área de un triángulo es 27 cm^2, y la altura 9 cm, ¿cuánto mide la base?

- Si uno de los lados de un rectángulo es 12 cm más largo que el otro y su perímetro mide 48 cm, ¿cuál es su área?

Con la variación se pueden establecer vínculos a partir de situaciones como las siguientes:

- Encuentren las medidas enteras de los lados de todos los rectángulos cuya área es 24 cm^2 y calculen el perímetro de cada uno.
- Si uno de los vértices de un triángulo se desplaza sobre una recta paralela a la base, ¿qué sucede con el área de cada uno de los triángulos que se forman? ¿Qué sucede con el perímetro? ¿Por qué creen que suceda esto?
- Si la base menor de un trapecio se desplaza sobre una recta paralela a la base mayor, ¿qué sucede con el área de cada uno de los trapecios que se forman? ¿Qué sucede con el perímetro?

Eje Manejo de la información

Tema Análisis de la información

Subtema RELACIONES DE PROPORCIONALIDAD

Conocimientos y habilidades

3.5. Resolver problemas del tipo valor faltante utilizando procedimientos expertos.

Orientaciones didácticas

Los alumnos ya han resuelto una gran variedad de problemas del tipo valor faltante mediante procedimientos muy diversos. Conviene entonces hacer una especie de recapitulación para subrayar el uso de procedimientos expertos tales como: el valor unitario, la constante de proporcionalidad y la muy nombrada regla de tres. En este último caso es importante que los alumnos conozcan al menos una explicación de dicha regla, que puede ser mediante la igualdad de cocientes en las situaciones de proporcionalidad directa.

Subtema PORCENTAJES

Conocimientos y habilidades

3.6. Resolver problemas que impliquen el cálculo de porcentaje utilizando adecuadamente la expresión fraccionaria o decimal.

Orientaciones didácticas

El desarrollo de esta habilidad tiene un antecedente muy importante en la primaria y un campo de trabajo privilegiado por su amplio uso social. De manera que vale la pena utilizar situaciones de la vida real, tales como el cálculo del IVA, el aumento de precios y salarios, las operaciones bancarias, etc., para profundizar en este tema. Los tipos de problemas que se pueden plantear son:

Aplicar el porcentaje a una cantidad:

- ¿Cuánto es el 12% (12/100) de 25?

Determinar qué porcentaje representa una cantidad respecto a otra:

- ¿Qué porcentaje es 12 de 25?

Determinar la base de un porcentaje (desglosar el IVA):

- Si 575 es el total a pagar, incluido el 15% de IVA, ¿cuál es la cantidad sin IVA?

Es conveniente plantear problemas en los que el porcentaje es mayor que 100, como el siguiente:

- Un productor de piña vende su cosecha al distribuidor en $0.75 el kilogramo. En el supermercado se vende a $4.50 el kilogramo. ¿En qué porcentaje se incrementa el precio?

Se sugiere vincular el desarrollo de esta habilidad con el estudio de las ecuaciones de primer grado que se plantea en el segundo apartado del eje *Sentido numérico y pensamiento algebraico,* y con el último apartado que corresponde al subtema *Diagramas y tablas* de este mismo bloque.

Actividad complementaria: "Análisis de textos", en *Hoja electrónica de cálculo.* EMAT, México, SEP, 2000, pp. 142-143.

Tema Representación de la información

Subtema DIAGRAMAS Y TABLAS

Conocimientos y habilidades

3.7. Interpretar y comunicar información mediante la lectura, descripción y construcción de tablas de frecuencia absoluta y relativa.

Orientaciones didácticas

El desarrollo de esta habilidad sirve, en primer lugar, para que los alumnos aprendan a distinguir entre la información que ofrece una frecuencia absoluta y una relativa. Por ejemplo, saber que siete alumnos de un grupo no saben dividir, puede ser mucho o poco en función del total de alumnos; pero si en vez de siete alumnos fuera el 7%, diríamos que es poco, independientemente del total.

En cuanto a la comunicación de información, es conveniente plantear preguntas que logren despertar el interés de los alumnos para realizar un estudio completo de la situación, desde la organización para recopilar los datos hasta el análisis y la presentación de resultados, de manera que las tablas o gráficas que se utilicen como medios de representación sean motivo de análisis por parte de los alumnos.

Se sugiere vincular este tema con el estudio de porcentajes que se plantea en el primer apartado de este eje y bloque.

Vínculos: Geografía. Tema: Lectura, interpretación y representación de información en gráficas, cuadros, textos, estadísticas, fotografías, imágenes, mapas, planos y croquis.

Conocimientos y habilidades	Orientaciones didácticas
3.8. Interpretar información representada en gráficas de barras y circulares de frecuencia absoluta y relativa, provenientes de diarios o revistas y de otras fuentes. Comunicar información proveniente de estudios sencillos, eligiendo la forma de representación más adecuada.	Al analizar la información que se presenta en gráficas circulares es conveniente reflexionar en torno a la relación entre los porcentajes señalados y las fracciones de área del círculo que ocupan. Las situaciones que llevan a esta reflexión de manera obligada son aquellas en las que las cantidades corresponden a un todo (no son porcentajes) y se pide una representación circular. En tales casos es necesario calcular los porcentajes y traducirlos a ángulos, sabiendo que 360° corresponden al 100%, o bien, establecer directamente una relación proporcional entre las cantidades y los ángulos. En este caso al total le corresponden 360°. Es importante considerar que en un problema los "todos" pueden ser distintos. Por ejemplo:

- En un grupo de 50 alumnos, 60% son mujeres y 40% son hombres. De estos últimos, 10% usan lentes. ¿Cuántos alumnos del grupo usan lentes?

En los porcentajes de mujeres y hombres el "todo" es el total de alumnos que hay en el grupo, mientras que en el porcentaje de alumnos que usan lentes el "todo" es el 40% del grupo.

Vínculos: Español. Tema: Interpretar la información en tablas, gráficas y diagramas. Geografía, unidad temática 3: Composición actual de la población en México y su comparación con las tendencias demográficas de otros países del mundo.

Conocimientos y habilidades

3.9. Enumerar los posibles resultados de una experiencia aleatoria.
Utilizar la escala de la probabilidad entre 0 y 1 y vincular diferentes formas de expresarla.
Establecer cuál de dos o más eventos en una experiencia aleatoria tiene mayor probabilidad de ocurrir y justificar la respuesta.

Orientaciones didácticas

La determinación del espacio muestral en una situación de azar se relaciona estrechamente con los problemas de conteo. La dificultad que enfrentan los alumnos para enumerar los posibles resultados de una experiencia aleatoria influye poderosamente en el cálculo de la probabilidad de un evento. Por esto se sugiere plantear problemas en los que se vincule el conteo con la probabilidad. Por ejemplo:

- Si en un salón hay 10 mujeres y 20 hombres y en otro hay 15 mujeres y 5 hombres, ¿cuántas parejas distintas se pueden formar tomando una persona de cada salón? (Problema de conteo)
- ¿Cuál es la probabilidad de que al seleccionar, al azar, una persona de cada salón, se alternen un hombre y una mujer? (Problema de probabilidad)

Además, es conveniente realizar diversas actividades con el propósito de reflexionar y discutir sobre las razones por las que se obtienen resultados diferentes al utilizar la probabilidad empírica o frecuencial y la probabilidad clásica o teórica.

Con el fin de favorecer la reflexión sobre la escala de valores de la probabilidad y la comparación de probabilidades de dos o más eventos, conviene plantear preguntas como las siguientes: ¿Se podría dar el caso de que el número de eventos favorables sea mayor que el número de eventos posibles? ¿Cuál es el mayor valor que puede tener la medida de la probabilidad? ¿Y el menor valor? ¿Qué significa que un fenómeno tiene probabilidad cero de ocurrir? ¿Y qué significa que la probabilidad sea uno? Si un fenómeno tiene probabilidad uno de ocurrir, hablamos de azar? La recta numérica y el primer cuadrante del plano cartesiano son buenos recursos gráficos para reflexionar sobre las preguntas anteriores.

Bloque 4

Como resultado del estudio de este bloque temático se espera que los alumnos:

1. Identifiquen, interpreten y expresen, algebraicamente o mediante tablas y gráficas, relaciones de proporcionalidad directa.
2. Resuelvan problemas que impliquen el cálculo de la raíz cuadrada y potencias de números naturales y decimales.
3. Construyan círculos que cumplan con ciertas condiciones establecidas.
4. Justifiquen y usen las fórmulas para calcular el perímetro o el área del círculo.

Conocimientos y habilidades

4.1. Plantear y resolver problemas que impliquen la utilización de números con signo.

Orientaciones didácticas

La importancia de este tema radica en el hecho de conocer un nuevo tipo de números que permite resolver problemas para los cuales no hay solución en los números naturales y en la diversidad de contextos en los que se utilizan, tales como temperaturas, ganancias y pérdidas, plano cartesiano, etcétera.

Un ejemplo de problema que se puede plantear es el siguiente:

- Con base en la información de la tabla, resuelve las siguientes situaciones:
  - Indica las diferencias entre las temperaturas máximas y mínimas.
  - Ordena de menor a mayor las temperaturas máximas y las mínimas en cada ciudad.

Ciudades	Temperatura máxima	Temperatura mínima
A	14º	6º
B	5º	–7º

Además de los enteros, otros números con signo que deberán utilizarse en este grado son las fracciones y los decimales. La recta numérica es un recurso útil para dar sentido a estos números, y deberá emplearse como apoyo en la elaboración y justificación de procedimientos para compararlos y ordenarlos. Los problemas que se planteen supondrán el conocimiento de las convenciones: la posición del cero, la unidad de medida y el orden. Por ejemplo, se puede pedir a los alumnos que ubiquen en la recta numérica el –1 y $\frac{3}{4}$, a partir de la posición de otros números que se les proporcionen, digamos 1 y $\frac{3}{2}$. Se sugiere además introducir las nociones de números opuestos y valor absoluto.

Tema — Significado y uso de las operaciones

Subtema — POTENCIACIÓN Y RADICACIÓN

Conocimientos y habilidades

4.2. Resolver problemas que impliquen el cálculo de la raíz cuadrada y la potencia de exponente natural de números naturales y decimales.

Orientaciones didácticas

Los alumnos deben comprender que la raíz cuadrada de un número que no es cuadrado perfecto constituye una aproximación. Se puede recurrir a contextos geométricos para discutir este hecho; por ejemplo, cabe preguntar cuál es la medida del lado de un cuadrado de 40 cm^2 de área.

Algunos recursos de aproximación a la raíz cuadrada de números naturales y decimales mediante algoritmos son, por ejemplo, el uso de procedimientos recursivos y de ensayo y error. Es conveniente que los alumnos comparen las soluciones alcanzadas con los resultados que obtengan al emplear la calculadora. Se sugiere generalizar la idea de que la potenciación y la radicación son operaciones inversas, puesto que si un número se eleva a una potencia *n* y al resultado se le extrae la raíz *n* dicho número no se altera.

Además de la realización directa de cálculos, se pueden proponer problemas como los siguientes:

- Comparen, sin realizar las operaciones correspondientes: 0.5^2 y 0.05^2; la raíz cuadrada de 0.09 y 0.0625

Actividad complementaria: "Raíz cuadrada y cúbica", en *Hoja electrónica de cálculo.* EMAT, México, SEP, 2000, pp. 59-60.

Tema Significado y uso de las literales

Subtema RELACIÓN FUNCIONAL

Conocimientos y habilidades

4.3. Analizar en situaciones problemáticas la presencia de cantidades relacionadas y representar esta relación mediante una tabla y una expresión algebraica. En particular la expresión de la relación de proporcionalidad $y = kx$, asociando los significados de las variables con las cantidades que intervienen en dicha relación.

Orientaciones didácticas

En los bloques anteriores los alumnos han producido expresiones algebraicas al definir reglas de sucesiones numéricas o al expresar fórmulas geométricas. Ahora se trata de expresar algebraicamente una relación entre dos cantidades que varían. La proporcionalidad directa es un caso particular de las funciones lineales, que al representarse gráficamente en el plano cartesiano da como resultado una recta que pasa por el origen.

Como en los casos anteriores, se sugiere que antes de que los alumnos representen algebraicamente una relación, la identifiquen y la expresen verbalmente; esto les ayudará a que la simbolización tenga significado. El uso de representaciones tabulares facilita descubrir las regularidades que se manifiestan entre las cantidades relacionadas. Por ejemplo:

- A una cisterna le quedan 50 litros de agua. Al abrir la llave de llenado, caen 10.5 litros por minuto. Elaboren una tabla que represente la relación entre el número de minutos y la cantidad de agua que hay en la cisterna. Si se representa con la letra *x* el número de minutos y con la letra *y* el de los litros, ¿qué expresión algebraica representa (modela) esta situación?

Si los alumnos tienen la posibilidad, pueden utilizar la hoja electrónica de cálculo para resolver este problema. El código utilizado en las fórmulas escritas en *Excel* es muy similar al algebraico, por lo que constituye un lenguaje intermedio entre éste y el natural. Se sugiere contrastar la situación anterior con la siguiente:

- Luis tiene cinco años y su hermana Patricia tiene dos más que él. Elaborar una tabla y una expresión algebraica que represente la relación entre ambas cantidades a partir del nacimiento de Luis.

Nótese que las dos situaciones anteriores pueden representarse mediante una expresión algebraica de la forma $y = ax + b$. Es importante que los alumnos contrasten y expresen las diferencias entre estas situaciones y las de proporcionalidad ($y = kx$) del eje *Manejo de la información* en este mismo bloque. También se pueden realizar actividades que impliquen la elaboración de tablas a partir de la expresión algebraica de una función lineal.

Actividad complementaria: "Variación lineal (1)", en *Hoja electrónica de cálculo. EMAT*, México, SEP, 2000, pp. 53-55.

Eje	**Forma, espacio y medida**
Tema	**Formas geométricas**
Subtema	**FIGURAS PLANAS**

Conocimientos y habilidades	Orientaciones didácticas
4.4. Construir círculos a partir de diferentes datos o que cumplan condiciones dadas.	Usualmente un círculo se construye a partir de la medida del radio, pero es importante que los alumnos sepan determinar esta medida con base en otros datos y ubicar el centro del círculo para que éste cumpla con ciertas condiciones. Por ejemplo:

- Dados tres puntos no alineados, tracen la circunferencia que los contiene.
- Dada una cuerda, construyan el círculo al que ésta pertenece. ¿Es única la solución? ¿Cuántos círculos se pueden construir si se trata de la máxima cuerda?

Actividad complementaria: "Cuerdas", en *Geometría dinámica. EMAT*, México, SEP, 2000, pp. 134-135.

Tema	**Medida**
Subtema	**JUSTIFICACIÓN DE FÓRMULAS**

Conocimientos y habilidades	Orientaciones didácticas
4.5. Determinar el número Pi como la razón entre la longitud de la circunferencia y el diámetro. Justificar la fórmula para el cálculo de la longitud de la circunferencia y el área del círculo.	Aunque este aspecto se trabaja en la primaria, es necesario que en este grado se profundice en el análisis sobre la relación entre la circunferencia y su diámetro y que los alumnos se familiaricen con la diversidad de problemas que se pueden plantear. Por ejemplo: • ¿Cuánto aumenta la longitud de la circunferencia si la longitud del diámetro aumenta al doble? ¿Y si aumenta al triple? ¿Y si aumenta cuatro veces? ¿Qué conclusión se obtiene de este hecho?

- Determinen la relación entre las longitudes de los diámetros de dos círculos cuyas circunferencias miden 12 y 24 m, respectivamente.

Este tipo de problemas permite vincular la geometría con la proporcionalidad directa.

La justificación del área del círculo puede hacerse gráficamente o mediante cálculos algebraicos derivados de la fórmula para calcular el área de polígonos regulares.

Subtema **ESTIMAR, MEDIR Y CALCULAR**

Conocimientos y habilidades	Orientaciones didácticas
4.6. Resolver problemas que impliquen calcular el área y el perímetro del círculo.	Como ocurre con el estudio de las otras figuras, no sólo se trata de calcular el área y el perímetro, sino también, conocidos el perímetro y el área, se debe calcular la longitud del radio o del diámetro, así como resolver problemas de cálculo de áreas sombreadas (corona circular); también se debe analizar la relación entre la longitud del radio y el área del círculo, como punto de contraste con la relación entre la longitud del diámetro y la longitud de la circunferencia.

Actividad complementaria: "Relación entre la longitud de una circunferencia y el área del círculo", en *Geometría dinámica. EMAT*, México, SEP, 2000, pp. 68-70.

Eje **Manejo de la información**

Tema **Representación de la información**

Subtema **GRÁFICAS**

Conocimientos y habilidades	Orientaciones didácticas
4.7. Explicar las características de una gráfica que represente una relación de proporcionalidad en el plano cartesiano.	Los alumnos ya saben resolver diversas situaciones de proporcionalidad, han analizado sus propiedades y saben expresar algebraicamente dichas relaciones. Ahora se trata de vincular los conjuntos de valores y la expresión algebraica con la representación gráfica, principalmente para analizar las características de ésta y ver las posibilidades que brinda para calcular valores. Es conveniente que antes de representar gráficamente una situación de proporcionalidad, se dedique tiempo para que los alumnos se familiaricen con la ubicación de puntos en el plano cartesiano.

Para entrar en el desarrollo de esta habilidad se sugiere dar a los alumnos una gráfica ya construida, que represente, por ejemplo, la relación entre litros de gasolina y costo en pesos. Algunas de las preguntas que se pueden plantear en relación con dicha gráfica son: Si el precio de un litro de gasolina aumentara o disminuyera, ¿de qué manera se reflejaría este hecho en la gráfica? Si se representa con la letra k el precio del litro de gasolina, ¿cuál es la expresión general que modela esta situación? ¿Cuál es la razón de que una recta que modela una situación de proporcionalidad siempre pasa por el origen?

Bloque 5

Como resultado del estudio de este bloque temático se espera que los alumnos:

1. Resuelvan problemas aditivos que implican el uso de números con signo.
2. Expliquen las razones por las cuales dos situaciones de azar son equiprobables o no equiprobables.
3. Resuelvan problemas que implican una relación inversamente proporcional entre dos conjuntos de cantidades.
4. Resuelvan problemas que impliquen interpretar las medidas de tendencia central.

Conocimientos y habilidades

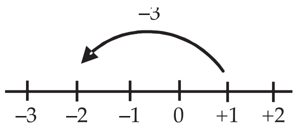
5.1. Utilizar procedimientos informales y algoritmos de adición y sustracción de números con signo en diversas situaciones.

Orientaciones didácticas

Aunque es posible abordar el estudio de los números enteros a partir de situaciones en las que éstos se utilizan, la comprensión de este campo numérico necesita algo más que situaciones concretas. Se han propuesto modelos aritméticos, algebraicos y geométricos como vía de acceso a los enteros. En los aritméticos, los números negativos son el resultado de sustracciones en las que el sustraendo es mayor que el minuendo; en los algebraicos, los números negativos aparecen como soluciones de ecuaciones imposibles de resolver con los naturales; en los geométricos, los números negativos se abordan como magnitudes dirigidas en la recta numérica.

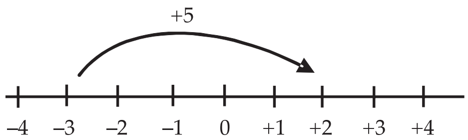
En el último de estos modelos, la suma se puede interpretar como un avance (a partir del primer sumando) de tantas unidades como indique el segundo sumando, a la derecha si es positivo, o a la izquierda si es negativo. Ejemplo:

- (+1) + (–3) = –2



Restar es siempre encontrar un sumando desconocido: $a - b = x$ significa que $b + x = a$

- Así, (+2) – (–3) significa que (–3) + x = +2. Por tanto, en la recta numérica la solución de la resta (+2) – (–3) = +5 se representa como un avance de 5 unidades a la derecha para llegar de –3 a +2



Esta manera de interpretar la sustracción de números con signo es importante porque los alumnos la pueden derivar de la sustracción de números positivos. Sin embargo, como procedimiento podría resultar ineficaz en casos como (+2) – (–3); por ello, se sugiere introducir la sustracción como la operación inversa de la adición, esto es, restar significa sumar el opuesto del sustraendo.

Así, la expresión (+2) – (–3) significa sumar el opuesto de –3 al número +2 : (+2) – (–3) = (+2) + (+3) = +5

La idea de operaciones inversas se aplicará más adelante como parte de las técnicas de resolución de ecuaciones.

Conocimientos y habilidades

5.2. Analizar los vínculos que existen entre varias representaciones (gráficas, tabulares y algebraicas), que corresponden a la misma situación, e identificar las que son de proporcionalidad directa.

Orientaciones didácticas

La posibilidad de representar una misma situación de diferentes maneras es una habilidad importante en todo el estudio de la matemática. Por ello, una vez que los alumnos han resuelto problemas mediante el uso de tablas, mediante la expresión algebraica y con la representación gráfica, hay que integrar estos tres aspectos, planteando problemas que permitan analizar las características que los hacen comunes para una misma situación.

Un ejemplo de estos problemas es el siguiente:

- Las coordenadas de uno de los puntos de la gráfica de una relación de proporcionalidad directa son (20, 50). ¿Cuál es el valor de la ordenada del punto cuya abscisa es 1? ¿Cuál es la expresión algebraica que corresponde a esta gráfica?

¿Cuál de las siguientes situaciones puede asociarse con las representaciones anteriores?

a) Luis tiene 50 años de edad y su hija Diana, 20. ¿Qué edad tenía Luis cuando su hija tenía un año?
b) En una librería hay una pila de 20 libros iguales que alcanzan una altura de 50 cm. ¿De qué grosor es cada libro?

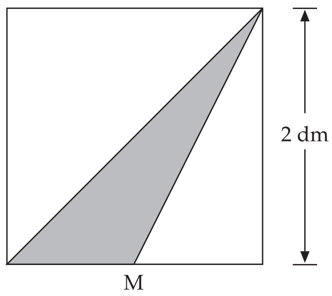
Conocimientos y habilidades

5.3. Resolver problemas que impliquen el cálculo de áreas en diversas figuras planas y establecer relaciones entre los elementos que se utilizan para calcular el área de cada una de estas figuras.

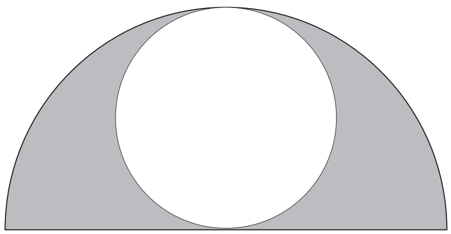
Orientaciones didácticas

Puesto que éste es el último bloque de primer grado, se sugiere plantear problemas que impliquen el uso de diversos conceptos geométricos y de medida. Para ello se pueden presentar problemas de cálculo del área en situaciones cotidianas, así como calcular el área sombreada de las siguientes figuras.

- ¿Cuál es el área de la parte sombreada de la siguiente figura, si el punto M es el punto medio del lado del cuadrado?



- ¿Cuál es el área de la parte sombreada de la siguiente figura, si el radio del círculo mide 1 metro?



Actividad complementaria: "Resolución de problemas de áreas de figuras conocidas", en *Geometría dinámica*. EMAT, México, SEP, 2000, pp. 100-101.

Subtema NOCIONES DE PROBABILIDAD

Conocimientos y habilidades	Orientaciones didácticas
5.4. Reconocer las condiciones necesarias para que un juego de azar sea justo, con base en la noción de resultados equiprobables y no equiprobables.	Este tipo de problemas es interesante porque los alumnos tienen la posibilidad de anticipar una respuesta y, enseguida, buscar algún procedimiento que les permita verificarla. Las razones para establecer si un juego es equitativo o no pueden ser muy variadas y conviene considerarlas y discutirlas, con el fin de que los alumnos se animen a expresar sus ideas. Poco a poco, con la intervención de los propios compañeros o del maestro, tendrán en cuenta las restricciones que impone el texto del problema. Un ejemplo de las situaciones que se pueden plantear es el siguiente:

- Carmen y Daniel juegan a lanzar dos dados. Las reglas son las siguientes: En cada lanzamiento se calcula la diferencia entre los puntos de ambos dados, si es 0, 1 o 2, Carmen gana una ficha. Si resulta 3, 4 o 5, Daniel gana una ficha. El juego se inicia con un total de 20 fichas, de las que se toma una cada vez que gana un jugador. El juego termina cuando no quedan más fichas. Si tuvieran que jugar, ¿qué jugador preferirían ser? ¿Por qué?

Se sugiere elaborar la gráfica de probabilidad de este juego para percibir las condiciones en las que se realiza y preguntar cómo deberían ser para que el juego fuera equitativo.

Subtema RELACIONES DE PROPORCIONALIDAD

Conocimientos y habilidades	Orientaciones didácticas
5.5. Identificar y resolver situaciones de proporcionalidad inversa mediante diversos procedimientos.	Para ejercer con éxito esta habilidad conviene que los alumnos comparen el comportamiento de las variables que son directamente proporcionales con las que son inversamente proporcionales. Es importante que descubran que mientras en un caso los cocientes son constantes, en el otro los productos son constantes. Un ejemplo de una relación de proporcionalidad inversa es el siguiente:

- Una persona da 420 pasos de 0.75 m cada uno para recorrer cierta distancia. ¿Cuántos pasos de 0.70 m cada uno necesitaría para recorrer la misma distancia?

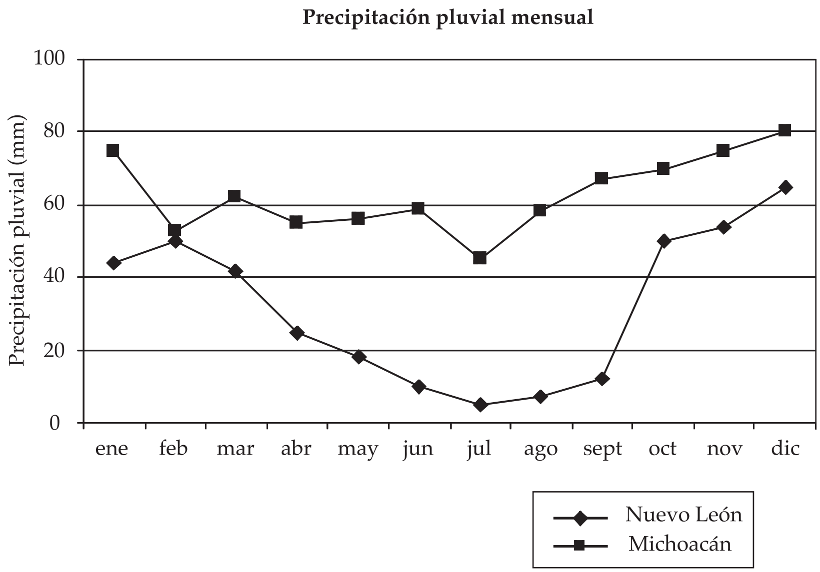
Conocimientos y habilidades

5.6. Comparar el comportamiento de dos o más conjuntos de datos referidos a una misma situación o fenómeno a partir de sus medidas de tendencia central.

Orientaciones didácticas

En la escuela primaria los alumnos estudiaron las medidas de tendencia central tomando como base conjuntos de datos numéricos. En este grado se pretende profundizar en la comprensión del significado de estas medidas, y no limitarse a su cálculo, para lo cual se puede iniciar el trabajo interpretando gráficas ya elaboradas. Este tratamiento implica reconocer, en un contexto gráfico, las medidas de tendencia central, por ejemplo:

- La precipitación pluvial media mensual en dos entidades se representa así:



A partir de la gráfica anterior se pueden contestar diversas preguntas, como las siguientes:

¿Cuál es el mes en que más llueve en ambos estados?
¿Cuál es el promedio de precipitación pluvial en cada estado?
¿En qué mes la precipitación pluvial fue igual en ambos estados?
¿Cuál de los dos estados es menos lluvioso?

2º grado

Bloque 1

Como resultado del estudio de este bloque temático se espera que los alumnos:

1. Resuelvan problemas que implican efectuar sumas, restas, multiplicaciones y/o divisiones de números con signo.
2. Justifiquen la suma de los ángulos internos de cualquier triángulo o cuadrilátero.
3. Resuelvan problemas de conteo mediante cálculos numéricos.
4. Resuelvan problemas de valor faltante considerando más de dos conjuntos de cantidades.
5. Interpreten y construyan polígonos de frecuencia.

Conocimientos y habilidades

1.1. Resolver problemas que impliquen multiplicaciones y divisiones de números con signo.

Orientaciones didácticas

En el curso anterior se dio sentido a los números enteros, fraccionarios y decimales, positivos y negativos, a través de la representación en la recta numérica de diversas situaciones de comparación, adición y sustracción. Ahora se incorpora la multiplicación y división.

Aunque no existe un modelo que permita justificar la regla de los signos de la multiplicación, hay algunos que ayudan a darle sentido a dicha regla. Uno de ellos consiste en presentar series de multiplicaciones como la siguiente, en la que el producto disminuye en 5 cada vez, para llegar a productos de enteros positivos por negativos.

(+5) x (+3) = (+15)
(+5) x (+2) = (+10)
(+5) x (+1) = (+5)
(+5) x (0) = 0
(+5) x (–1) = (–5)
(+5) x (–2) = (–10)
(+5) x (–3) = (–15)

Al cambiar el orden de los factores de la última multiplicación, puede generarse una serie más en la que el producto aumenta en 3 cada vez, para llegar al producto de dos enteros negativos.

(–3) x (+5) = (–15)
(–3) x (+4) = (–12)
(–3) x (+3) = (–9)
(–3) x (+2) = (–6)
(–3) x (+1) = (–3)
(–3) x (0) = 0
(–3) x (–1) = (+3)

Puesto que no abundan los problemas reales que impliquen la multiplicación y división de números con signo (multiplicar o dividir temperaturas, elevaciones y depresiones no tiene sentido), se pueden plantear problemas numéricos que seguramente serán retos interesantes. Por ejemplo:

- Pensé un número. Al multiplicarlo por –7 y enseguida restar 49 obtengo cero. ¿De qué número se trata?

Actividad complementaria: “Variación proporcional (3)”, en *Hoja electrónica de cálculo.* EMAT, México, SEP, 2000, p. 58.

Subtema

PROBLEMAS ADITIVOS

Conocimientos y habilidades

1.2. Resolver problemas que impliquen adición y sustracción de expresiones algebraicas.

Orientaciones didácticas

Los aspectos algorítmicos del álgebra no van separados del proceso de modelación. Esto es, se propone que los alumnos vayan aprendiendo a operar con expresiones algebraicas a medida que sean necesarias en la resolución de problemas. De esa manera, la adición y sustracción de monomios y polinomios podría iniciarse con problemas como los siguientes:

- ¿La suma de tres números consecutivos es divisible entre 3?
- ¿La suma de cuatro números consecutivos es divisible entre 4?
- ¿La suma de cinco números consecutivos es divisible entre 5?
- En general, si n es un número natural, ¿en qué casos la suma de n números consecutivos es divisible entre n?

Siempre que se trabajen temas algebraicos es conveniente insistir en que los alumnos interpreten, simbolicen y manipulen las variables incluidas en los problemas. Así pues, en este caso los alumnos simbolizan un número natural cualquiera con una literal (por ejemplo, n) y sus consecutivos con $n + 1$, $n + 2$… Asimismo, operan la variable como número general para obtener, por ejemplo, $n + n + 1 + n + 2 = 3n + 3$, e interpretan la expresión $3n + 3$ como un número divisible entre 3.

Subtema

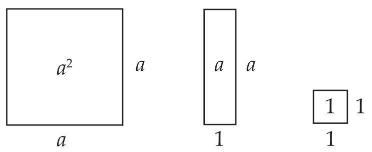
OPERACIONES COMBINADAS

Conocimientos y habilidades

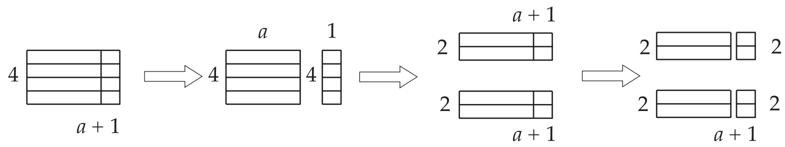
1.3. Reconocer y obtener expresiones algebraicas equivalentes a partir del empleo de modelos geométricos.

Orientaciones didácticas

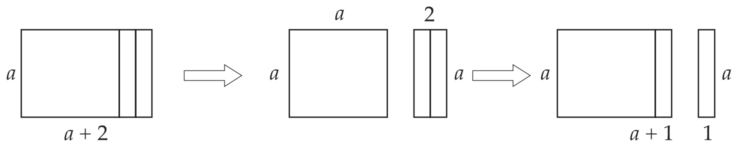
Las identidades algebraicas son un concepto central del álgebra y constituyen la base para la transformación de expresiones algebraicas en la resolución de ecuaciones y en la simplificación de expresiones. El siguiente modelo geométrico permite establecer algunas identidades algebraicas sencillas.



Ejemplos



$$4(a+1) \quad = \quad 4a+4 \quad = \quad 2(a+1)+2(a+1) \quad = \quad 2a+2+2a+2$$



$$a(a+2) \quad = \quad a^2 \quad + \quad 2a \quad = \quad a(a+1) \quad + \quad a$$

Eje — **Forma, espacio y medida**

Tema — **Medida**

Subtema — **ESTIMAR, MEDIR Y CALCULAR**

Conocimientos y habilidades

1.4. Resolver problemas que impliquen reconocer, estimar y medir ángulos, utilizando el grado como unidad de medida.

Orientaciones didácticas

En la escuela primaria los alumnos estudiaron el ángulo como giro y como elemento de las figuras geométricas. En este nivel de secundaria se pretende profundizar en este conocimiento al identificar ángulos como abertura entre dos planos en situaciones concretas. Asimismo, el desarrollo de este tema permite plantear situaciones en las que, mediante deducciones simples, se pueda calcular la medida de un ángulo, por ejemplo, cuando dos rectas son cortadas por una. Es importante que los alumnos, además de manejar el transportador, sepan utilizar el compás para trazar ángulos.

Respecto a las unidades de medida de tiempo, se pueden plantear diversos problemas que los lleven a usar las equivalencias entre horas, minutos y segundos. Por ejemplo:

- A las 23 horas 45 minutos hemos terminado de ver, sin interrupción, una película cuya duración es una hora 45 minutos. ¿A qué hora hemos comenzado a verla?

Conocimientos y habilidades

1.5. Determinar mediante construcciones las posiciones relativas de dos rectas en el plano y elaborar definiciones de rectas paralelas, perpendiculares y oblicuas.
Establecer relaciones entre los ángulos que se forman al cortarse dos rectas en el plano, reconocer ángulos opuestos por el vértice y adyacentes.

Orientaciones didácticas

Para el desarrollo de estas habilidades es necesario que los alumnos se familiaricen con la nomenclatura de recta, semirrecta y ángulo, basándose en el análisis que hagan para responder a preguntas como:

- ¿Es igual la semirrecta *AB* que la semirrecta *BA*? Si el punto ***C*** pertenece a la semirrecta *AB* y se encuentra entre los puntos *A* y *B*, ¿también pertenece a la semirrecta *BA*?

Enseguida deberán analizar las diferentes posiciones relativas que pueden tener las rectas sobre el plano y lo que sucede cuando se combinan éstas, para retomar la definición de ángulo. Un problema interesante consiste en pedirles a los alumnos que busquen argumentos para justificar que los ángulos opuestos por el vértice son iguales, sin recurrir a la medición. Asimismo, los alumnos deberán construir sus definiciones para diferentes tipos de ángulos, a partir de la descripción de sus atributos relevantes. Por ejemplo, es probable que definan ángulos adyacentes como "ángulos que comparten un lado y un vértice", "ángulos que tienen un vértice común" o "ángulos que tienen un lado común"; por tanto, el maestro deberá pedir todas las posibles representaciones de dicha definición, para ver si contiene los elementos suficientes que permitan considerarla matemáticamente correcta, y, en caso de que no sea así, deberá hacer uso de contraejemplos que ayuden a los alumnos a reconstruir sus propias definiciones.

Vínculos: Español. Tema: Escribir la biografía (y la obra) de algún personaje, por ejemplo, Euclides.
Actividad complementaria: "Posiciones relativas de las rectas en el plano", en *Geometría dinámica.* EMAT, México, SEP, 2000, pp. 102-103.

Conocimientos y habilidades

1.6. Establecer las relaciones entre los ángulos que se forman entre dos rectas paralelas cortadas por una transversal.
Justificar las relaciones entre las medidas de los ángulos interiores de los triángulos y paralelogramos.

Orientaciones didácticas

Respecto a los ángulos que se forman entre dos paralelas cortadas por una secante, no sólo se trata de que los alumnos memoricen los nombres, sino también de que establezcan relaciones de igualdad entre ellos y que busquen argumentos para justificarlas, sin recurrir a la medición. Con la finalidad de mostrar que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180°, los alumnos pueden partir de un triángulo particular hecho en papel, recortar dos de las puntas del triángulo y colocarlas junto al ángulo que no se cortó. De esta manera podrán argumentar que los tres ángulos, al formar un ángulo de media vuelta suman 180°. Estas conclusiones, si bien se basan en un caso particular y provienen de una prueba física, sirven como apoyo al establecer relaciones más formales; aunque no se planteen como una meta de la enseñanza en secundaria, tampoco se trata de limitar las posibilidades de los alumnos en la búsqueda de argumentos.

Con base en la suma de los ángulos interiores de un triángulo, los alumnos pueden avanzar hacia la suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero, dividiendo éste en dos triángulos.

A partir de las relaciones de igualdad de ángulos encontrados, los alumnos argumentarán el porqué de la igualdad de los ángulos en triángulos y paralelogramos.

Actividad complementaria: "Relaciones de los ángulos entre paralelas", en *Geometría dinámica.* EMAT, México, SEP, 2000, pp. 104-105.

Eje	**Manejo de la información**
Tema	**Análisis de la información**
Subtema	**RELACIONES DE PROPORCIONALIDAD**

Conocimientos y habilidades	Orientaciones didácticas
1.7. Determinar el factor inverso dada una relación de proporcionalidad y el factor de proporcionalidad fraccionario.	Las reproducciones a escala son buenas oportunidades para desarrollar esta habilidad. Por ejemplo: • Dada una figura *A* y el factor de proporcionalidad ($\frac{4}{3}$) que permite obtener la figura *A*′, ¿qué factor permite obtener la figura *A* a partir de *A*′?

Este tipo de problemas permite reafirmar la equivalencia entre multiplicar por una fracción y dividir entre la fracción recíproca.

Así: $6 \times \frac{4}{3} = 6 \div \frac{3}{4}$. Dicho de manera general, $m \times \frac{a}{b}$ es igual a $m \div \frac{b}{a}$.

Conocimientos y habilidades	Orientaciones didácticas
1.8. Elaborar y utilizar procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad múltiple.	Hasta el momento, en las situaciones de proporcionalidad estudiadas, se ha analizado la relación entre dos conjuntos de valores. Sin embargo, hay situaciones cuya resolución implica relacionar tres o más conjuntos de cantidades. Por ejemplo, se sabe que el volumen de un prisma es proporcional a cada una de sus dimensiones, de manera que se pueden plantear preguntas como las siguientes:

- ¿Qué pasa con el volumen del prisma si una de sus dimensiones se duplica? ¿Qué sucede con el volumen del prisma si una de sus dimensiones se duplica y otra se triplica? ¿Qué sucede con el volumen si las tres dimensiones se duplican?

Otro tipo de problemas es el siguiente:

- Se calcula que se necesitan 20 litros de agua diarios para cada 3 niños que van a una excursión. ¿Cuántos litros se necesitan si 120 niños salen durante 7 días?

Actividad complementaria: "Variación proporcional (3)", en *Hoja electrónica de cálculo*. EMAT. México, SEP, 2000.

Tema Representación de la información

Subtema DIAGRAMAS Y TABLAS

Conocimientos y habilidades

1.9. Anticipar resultados en problemas de conteo, con base en la identificación de regularidades. Verificar los resultados mediante arreglos rectangulares, diagramas de árbol u otros recursos.

Orientaciones didácticas

En este grado se continuará con el desarrollo del razonamiento combinatorio por medio de problemas de conteo, y se utilizarán diagramas de árbol y arreglos rectangulares como recursos para organizar la información y averiguar el total de combinaciones posibles. Algunos ejemplos de problemas que se pueden plantear son:

- En un edificio nuevo hay 5 departamentos, cada departamento cuenta con un lugar de estacionamiento. Se han habitado dos departamentos, únicamente, el de Carmen y el de Daniel, quienes pueden colocar cada noche sus coches en el lugar que prefieran, si no está ocupado. ¿Cuáles son todas las formas en que pueden estacionarse? Represéntenlo en un diagrama de árbol.

Ha llegado un nuevo vecino, ¿de cuántas maneras distintas pueden estacionar los coches los tres vecinos? ¿Resultan más o menos maneras que en el caso anterior?

¿Qué ocurrirá cuando todos los departamentos estén ocupados, si todos los vecinos tienen coche? ¿Cuántas maneras diferentes habrá de estacionarse?

- Se sabe que dos puntos A y B determinan una sola línea recta. ¿Cuántas rectas quedan determinadas por tres puntos A, B y C, si no son colineales? ¿Y por cuatro puntos no colineales? ¿Y por n puntos no colineales?

Con base en la resolución de problemas como los anteriores, los alumnos podrán encontrar procedimientos sistemáticos de enumeración y finalmente enunciar algunas fórmulas de recuento sencillas.

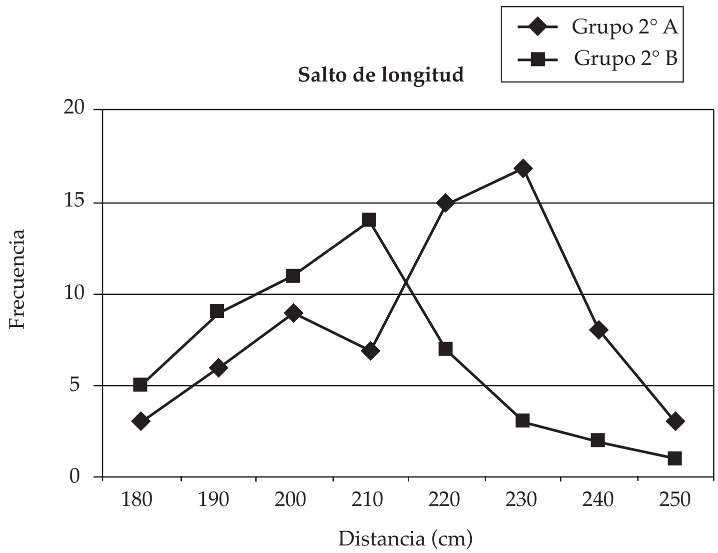
Conocimientos y habilidades

1.10. Interpretar y comunicar información mediante polígonos de frecuencia.

Orientaciones didácticas

En general, se sugiere que cada vez que se aborde un tipo de gráfica se destaquen las características que la distinguen de otras previamente estudiadas, en cuanto a sus convenciones de construcción y a las situaciones o fenómenos que representan de manera más eficiente.

Las gráficas y los diagramas facilitan una apreciación global de las características de un conjunto particular de datos. Cuando se quiere comparar dos conjuntos de datos mediante gráficas, se recomienda representar ambas en un mismo plano cartesiano. Por ejemplo, las siguientes gráficas representan las longitudes de salto obtenidas por dos grupos de estudiantes.



Con base en la información que proporcionan las gráficas se pueden plantear preguntas como las siguientes:

- ¿Cuál es la longitud de salto que más estudiantes lograron en el grupo A? ¿Y en el grupo B? ¿En cuál de los dos grupos se logró el mayor salto?

Vínculos: Historia. Tema: 1.2.2. Diversidad cultural en España y América.

Bloque 2

Como resultado del estudio de este bloque temático se espera que los alumnos:

1. Evalúen, con calculadora o sin ella, expresiones numéricas con paréntesis y expresiones algebraicas, dados los valores de las literales.
2. Resuelvan problemas que impliquen operar o expresar resultados mediante expresiones algebraicas.
3. Anticipen diferentes vistas de un cuerpo geométrico.
4. Resuelvan problemas en los que sea necesario calcular cualquiera de los términos de las fórmulas para obtener el volumen de prismas y pirámides rectos. Establezcan relaciones de variación entre dichos términos.
5. Resuelvan problemas que implican comparar o igualar dos o más razones.
6. Resuelvan problemas que implican calcular e interpretar las medidas de tendencia central.

Subtema **OPERACIONES COMBINADAS**

Conocimientos y habilidades

2.1. Utilizar la jerarquía de las operaciones, y los paréntesis si fuera necesario, en problemas y cálculos.

Orientaciones didácticas

Es importante que los alumnos de este grado se familiaricen con el uso de paréntesis en las operaciones, de manera que sepan establecer el orden correcto para efectuar los cálculos. Hay que tener en cuenta que los paréntesis pueden usarse en cálculos numéricos, en ecuaciones o al operar con expresiones algebraicas.

Para empezar a reflexionar sobre este aspecto se sugiere realizar un cálculo como 25 + 34 x 16, usando una calculadora que jerarquiza operaciones y otra que no; se pide a los alumnos que expliquen por qué se obtienen distintos resultados y qué tendría que hacerse para obtener 569 con la calculadora que no jerarquiza.

Se sugiere también explorar formas alternativas de resolver ecuaciones sencillas con paréntesis. Por ejemplo:

$2(x + 6) = 30$	o	$2(x + 6) = 30$
$2x + 12 = 30$		$x + 6 = 15$
$2x = 18$		$x = 9$
$x = 9$		

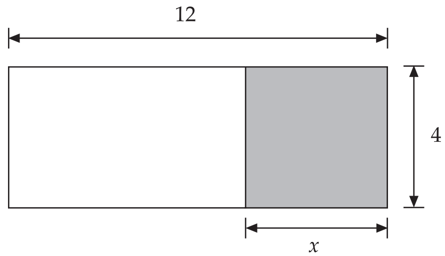
Subtema **PROBLEMAS MULTIPLICATIVOS**

Conocimientos y habilidades

2.2. Resolver problemas multiplicativos que impliquen el uso de expresiones algebraicas.

Orientaciones didácticas

El estudio de la multiplicación y la división de monomios y polinomios podría iniciarse apoyándose en un modelo geométrico, al plantearse problemas como los siguientes:



- En la figura anterior, ¿cuál es el área de la región sombreada?
- ¿Cuál es el área de la región no sombreada?
- ¿Cuál es la medida del lado más largo de la parte no sombreada?

Por otra parte, un modelo geométrico como éste puede servir de apoyo para consolidar los algoritmos de la adición y sustracción, estudiados en el bloque anterior. Para ello pueden plantearse problemas como los siguientes:

- ¿Cuál es el perímetro de la región sombreada de la figura anterior?
- ¿Cuál es el perímetro de la región no sombreada?
- ¿Cuál es la diferencia entre estos dos perímetros?

Eje	**Forma, espacio y medida**
Tema	**Formas geométricas**
Subtema	**CUERPOS GEOMÉTRICOS**

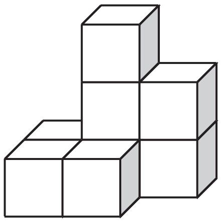
Conocimientos y habilidades

2.3. Describir las características de cubos, prismas y pirámides. Construir desarrollos planos de cubos, prismas y pirámides rectos. Anticipar diferentes vistas de un cuerpo geométrico.

Orientaciones didácticas

Una forma de abordar este aspecto es practicar un juego como el siguiente: un equipo de alumnos mantiene oculto un cuerpo geométrico mientras el resto del grupo trata de adivinar cuál es ese cuerpo. Para ello formulan preguntas que sólo pueda responderse con sí o no. Una vez que quienes preguntan tienen la información suficiente, realizan los desarrollos planos para construir el cuerpo y compararlo con el original.

Luego verificar las diferentes vistas que puede tener un cuerpo, las cuales no se perciben directamente. Estas actividades ayudan a los alumnos a desarrollar la imaginación espacial. Por ejemplo:



- Dibuja cómo se vería el siguiente cuerpo desde arriba, de frente y de ambos lados.

Conocimientos y habilidades

2.4. Justificar las fórmulas para calcular el volumen de cubos, prismas y pirámides rectos.

Orientaciones didácticas

Con base en el trabajo que los alumnos realizan en los últimos grados de la primaria sobre los cuerpos geométricos, podrán justificar la fórmula del volumen del cubo y luego la de cualquier prisma. Para obtener la fórmula del volumen de pirámides es conveniente que los alumnos comprueben, mediante el trasvase de arena o algún otro material, que el volumen de una pirámide es igual a la tercera parte del volumen de un prisma cuya base y altura son iguales que las de la pirámide.

Vínculos: Español. Tema: Distinguir entre una argumentación basada en datos o hechos y una basada en opiniones personales. Comparar la calidad de los datos utilizados en las diferentes argumentaciones.

Subtema ESTIMAR, MEDIR Y CALCULAR

Conocimientos y habilidades

2.5. Estimar y calcular el volumen de cubos, prismas y pirámides rectos.
Calcular datos desconocidos, dados otros relacionados con las fórmulas del cálculo de volumen.
Establecer relaciones de variación entre diferentes medidas de prismas y pirámides.
Realizar conversiones de medidas de volumen y de capacidad y analizar la relación entre ellas.

Orientaciones didácticas

El desarrollo de esta habilidad no sólo implica el uso de las fórmulas de volumen de cubos, prismas y pirámides rectos en la resolución de problemas, sino también el manejo algebraico de las literales, al calcular otros datos diferentes del volumen. Por ejemplo:

- Se quiere hacer un cubo cuyo volumen sea 2 197 cm^3, uniendo 6 caras cuadradas. ¿Cuánto debe medir un lado de una cara?

Se pretende que los alumnos resuelvan problemas de variación funcional en contextos geométricos y argumenten sus respuestas. Por ejemplo:

- ¿Cuáles son las condiciones que se deben cumplir para que dos pirámides o dos prismas de igual volumen sean iguales?
- ¿Una pirámide y un prisma con la misma base pueden tener igual volumen? ¿Por qué?
- ¿Cómo varía el área de la base de un prisma en relación con su altura si el volumen es constante?
- ¿Cómo varía el volumen de una pirámide en relación con su altura si el área de la base no cambia?

Un antecedente de estos problemas está en el bloque 1, donde se abordaron problemas de proporcionalidad múltiple.

Eje — Manejo de la información

Tema — Análisis de la información

Subtema — RELACIONES DE PROPORCIONALIDAD

Conocimientos y habilidades

2.6. Resolver problemas de comparación de razones, con base en la noción de equivalencia.

Orientaciones didácticas

Un aspecto fundamental es entender que la relación entre dos cantidades puede expresarse mediante una fracción (razón), que tiene un significado y es comparable con otras razones. Por ejemplo, la mezcla de 2 litros de anticongelante con 3 litros de agua se representa con la razón $\frac{2}{3}$ (cantidad de anticongelante por cada litro de agua) o con la razón $\frac{3}{2}$ (cantidad de agua por cada litro de anticongelante). A través de la expresión de razones y su comparación se pueden plantear y resolver diversos problemas, como los siguientes:

- Una mezcla contiene $2\frac{1}{2}$ litros de anticongelante y $3\frac{1}{2}$ litros de agua. Otra mezcla contiene $3\frac{1}{4}$ litros de anticongelante y $4\frac{1}{4}$ de agua. ¿Cuál de las dos mezclas está más concentrada de anticongelante?
- En una secundaria, 3 de cada 4 alumnos hablan un idioma distinto del español, en primer grado; 4 de cada 5 en segundo y 5 de cada 6 en tercero. ¿En cuál de los tres grados la proporción de hablantes de un idioma distinto al español es mayor?

Tema — Representación de la información

Subtema — MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL Y DE DISPERSIÓN

Conocimientos y habilidades

2.7. Interpretar y calcular las medidas de tendencia central de un conjunto de datos agrupados, considerando de manera especial las propiedades de la media aritmética.

Orientaciones didácticas

El estudio de este tema requiere plantear situaciones o problemas en los que los alumnos tengan que analizar la información que cada medida estadística proporciona. En especial el estudio se centra en la media, pero es necesario utilizar las otras medidas de tendencia central para comparar sus propiedades y completar el análisis. Algunos ejemplos de problemas que se pueden plantear son:

- De acuerdo con el tabulador de puestos de una compañía, los salarios que obtienen los trabajadores son los que se muestran a continuación:

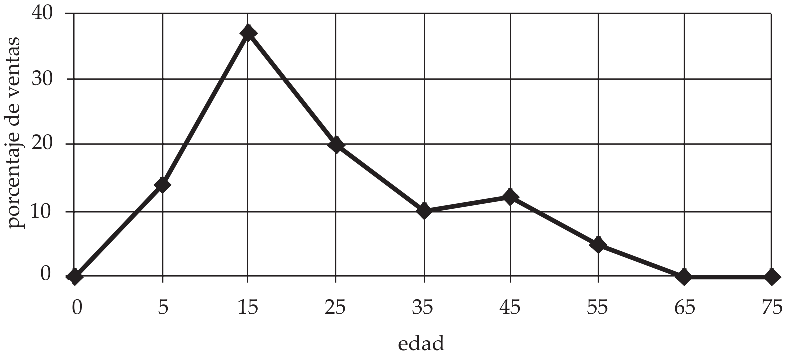
$16 400, $16 000, $12 000, $31 000, $14 600, $15 000, $13 000, $16 200, $12 500, $15 900

¿Cuál es el salario promedio?

¿Consideras que el salario promedio es representativo de lo que gana un trabajador en esa compañía? Justifica tu respuesta.

- Se realizó un estudio para tener información sobre la edad de los compradores de discos, los datos se presentan en la siguiente gráfica:

Compra de discos compactos por grupos de edad



¿Cuál es la edad promedio de los compradores de discos?
¿Qué dato estadístico (media, mediana, moda) representa el grupo de edad de 15-25 años en la gráfica?

En este ejemplo debe tenerse en cuenta que los datos están agrupados en intervalos de edades, lo cual implica que para calcular la media de las edades debe obtenerse la marca de clase de cada intervalo (que es el punto medio del intervalo correspondiente) y la frecuencia del intervalo (porcentaje de ventas).

Bloque 3

Como resultado del estudio de este bloque temático se espera que los alumnos:

1. Elaboren sucesiones de números con signo a partir de una regla dada.
2. Resuelvan problemas que impliquen el uso de ecuaciones de la forma: $ax + b = cx + d$; donde los coeficientes son números enteros o fraccionarios, positivos o negativos.
3. Expresen mediante una función lineal la relación de dependencia entre dos conjuntos de cantidades.
4. Establezcan y justifiquen la suma de los ángulos internos de cualquier polígono.
5. Argumenten las razones por las cuales una figura geométrica sirve como modelo para recubrir un plano.
6. Identifiquen los efectos de los parámetros m y b de la función $y = mx + b$, en la gráfica que corresponde.

Conocimientos y habilidades	Orientaciones didácticas
3.1. Construir sucesiones de números con signo a partir de una regla dada. Obtener la regla que genera una sucesión de números con signo.	Para el desarrollo de esta habilidad es importante alentar a los alumnos a buscar regularidades, a formularlas y a producir argumentos para validarlas. No se trata de que el maestro enseñe las fórmulas o reglas para que los alumnos las apliquen, sino de que éstos tengan la oportunidad de ensayar, corregir y validar sus propuestas. A continuación se enuncian algunos ejemplos de problemas que se pueden plantear:

- La regla de una sucesión de números con signo es $n - 3$. ¿Cuáles son los primeros diez números con signo de la sucesión? (Debe recordarse que en los problemas de sucesiones, n representa la posición de un número cualquiera en la sucesión)
- Obtener la regla que genera la sucesión –2.5, –1.5, –0.5, +0.5, +1.5

Subtema — ECUACIONES

Conocimientos y habilidades	Orientaciones didácticas
3.2. Resolver problemas que impliquen el planteamiento y la resolución de ecuaciones de primer grado de la forma: $ax + bx + c = dx + ex + f$ y con paréntesis en uno o en ambos miembros de la ecuación, utilizando coeficientes enteros o fraccionarios, positivos o negativos.	Una vez que los alumnos encuentran sentido a las ecuaciones, porque con esta herramienta pueden solucionar una gran variedad de problemas, es importante que consoliden la técnica para resolverlas. Conviene que al principio los alumnos se apoyen en las propiedades de la igualdad. Posteriormente podrán usar la transposición de términos, con objeto de hacer más eficiente la resolución de ecuaciones. Se sugiere utilizar el modelo de la balanza como un apoyo concreto para dar sentido a las propiedades de la igualdad, teniendo cuidado de planear la selección de ejemplos de ecuaciones que se pueden modelar con ese recurso, con objeto de evitar aquellos en los que resulta inadecuado, por ejemplo, en los que intervienen números negativos o el valor de la incógnita es negativo, como en $2n + 5 = -1$

Por otra parte, se sugiere resaltar el papel que desempeñan las ecuaciones como modelos para resolver situaciones problemáticas. En este sentido, un ejercicio útil consiste en pedir a los alumnos que propongan ejemplos de situaciones que puedan modelarse con una ecuación como: $2(x - 5) = 18$

Conocimientos y habilidades

3.3. Reconocer en situaciones problemáticas asociadas a fenómenos de la física, la biología, la economía y otras disciplinas, la presencia de cantidades que varían una en función de la otra y representar esta relación mediante una tabla o una expresión algebraica de la forma: $y = ax + b$.

Orientaciones didácticas

Es importante que los alumnos aprendan a reconocer diversas situaciones en las que esté presente la dependencia entre variables y la variación conjunta; es decir, que el cambio en una de ellas implica un cambio en la otra. Estas situaciones pueden representarse en tablas o por medio de gráficas y la relación puede expresarse algebraicamente. La habilidad para trabajar con la variación implica la posibilidad de determinar intervalos en los que las variables tomen ciertos valores, o donde la función es creciente o decreciente, positiva o negativa, u otras propiedades de la relación. Un ejemplo del tipo de problemas que se pueden plantear es el siguiente:

- Al rentar un departamento, René debe pagar una fianza de \$2 000.00 y \$1 500.00 mensuales de renta. Elaboren una tabla que describa el gasto en vivienda que hace René a lo largo de los meses. Si y representa el gasto total que hace René y x el tiempo en meses, ¿qué expresión algebraica describe esta situación? ¿Qué significa cada uno de los términos de la expresión $y = 2\,000 + 1\,500x$ en términos de esta situación? Cuando el valor de x pasa de 2 a 3, ¿qué valores toma y? ¿Qué significa esto en términos de la situación?

Vínculos: Física. Tema: 1.1.3. Movimiento rectilíneo.

Conocimientos y habilidades

3.4. Establecer una fórmula que permita calcular la suma de los ángulos interiores de cualquier polígono.

Orientaciones didácticas

El desarrollo de esta habilidad se vincula con la búsqueda de regularidades, su formulación y expresión algebraica. Para apoyar a los alumnos se puede plantear una actividad como la siguiente:

- Dibujen un polígono convexo cualquiera y desde un vértice tracen todas las diagonales, de tal manera que el polígono quede dividido en triángulos. Marquen los ángulos interiores de los triángulos y expliquen por qué dichos ángulos forman los ángulos interiores del polígono. Repitan el procedimiento para polígonos con otro número de lados hasta que tengan suficientes datos para obtener conclusiones. Enseguida completen un cuadro como el siguiente:

Polígono	Núm. de lados	Núm. de triángulos en los que se subdividió	Suma de los ángulos interiores
triángulo			
cuadrilátero			
pentágono			
hexágono			
heptágono			

A partir de los datos del cuadro es posible que los alumnos formulen la regularidad y la expresen simbólicamente:

$$(n - 2) \bullet 180°$$

En esta fórmula, que permite obtener la suma de los ángulos interiores de cualquier polígono, n representa el número de lados. Un antecedente de este comentario es el sexto apartado del bloque 1 de este mismo grado.

Actividad complementaria: "Suma de los ángulos interiores de un triángulo", en *Geometría dinámica*. EMAT, México, SEP, 2000, pp. 46-47.

Conocimientos y habilidades

3.5. Conocer las características de los polígonos que permiten cubrir el plano y realizar recubrimientos del plano.

Orientaciones didácticas

Aquí lo interesante es que los alumnos utilicen los conocimientos que tienen sobre las propiedades de las figuras para que desarrollen la habilidad de argumentar. También los alumnos pueden dibujar figuras regulares e irregulares que permitan cubrir el plano y explicar qué aspectos tuvieron en cuenta. Asimismo, se les puede solicitar que busquen la combinación de dos o más polígonos que les permitan hacer diseños de teselación del plano, con la finalidad de que también desarrollen su sensibilidad ante las cualidades estéticas y funcionales de los diseños geométricos y acrecienten su curiosidad e interés por investigar sobre formas, configuraciones y relaciones geométricas de su entorno.

Actividad complementaria: "Recubrimiento del plano con polígonos regulares", en *Geometría dinámica*. EMAT, México, SEP, 2000, pp. 106-109.

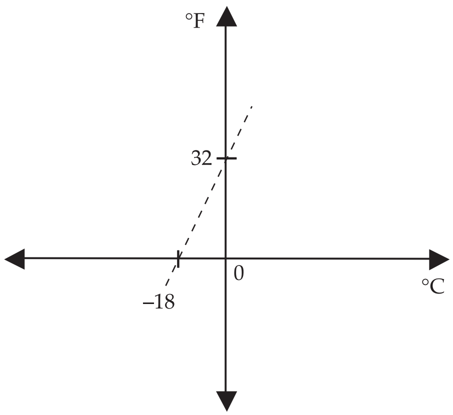
Conocimientos y habilidades

3.6. Construir, interpretar y utilizar gráficas de relaciones lineales asociadas a diversos fenómenos.

Orientaciones didácticas

A partir del estudio que los alumnos han venido realizando con la función lineal, tanto en el eje *Sentido numérico y pensamiento algebraico* como en éste, es posible orientar el trabajo hacia la representación gráfica de diversos fenómenos, para tener una idea más clara de ellos y obtener información adicional. Por ejemplo:

- Se sabe que una temperatura de 0°C equivale a 32°F y 0°F equivale aproximadamente a –18°C. ¿Cuál es la temperatura en grados farenheit cuando el termómetro marca 35°C? ¿Cuál es la gráfica que modela esta situación? ¿Qué información adicional se puede obtener de la gráfica?



- En la ciudad de México existe un reglamento que penaliza el hecho de manejar con cierto grado de alcohol en la sangre. Se sabe que la eliminación de alcohol en la sangre depende del tiempo transcurrido.

Esta variación en la cantidad de alcohol en la sangre conforme transcurre el tiempo puede modelarse mediante una función lineal. El siguiente cuadro muestra algunos datos de esta variación cuando una persona ha ingerido 5 cervezas con alimento.

tiempo en horas	grados/litro de alcohol
1	0.92
4	0.46
7	0.00

Si la ley dice que es un delito manejar con 0.75 grados/litro de alcohol en la sangre, ¿cuánto tiempo tendrá que esperar esa persona para poder manejar?

Dos características de las gráficas lineales de la forma $y = mx + b$ que se analizan en este apartado son las siguientes:

a) El punto de intersección de la recta con el eje y determina el valor de b en la expresión algebraica.
b) Al determinar dos valores cualesquiera de x se puede saber qué pasa con los valores de y, si crecen, decrecen o se mantienen constantes.

Actividad complementaria: "Lineales que caen", en *Hoja electrónica de cálculo.* EMAT, México, 2000, SEP, pp. 84-86.
Vínculos: Física. Tema: 1.1.3. Movimiento rectilíneo.

Conocimientos y habilidades	Orientaciones didácticas
3.7. Anticipar el comportamiento de gráficas lineales de la forma $y = mx + b$, cuando se modifica el valor de b mientras el valor de m permanece constante.	Se sugiere que los estudiantes elaboren tablas de valores y gráficas de funciones lineales como las siguientes: $y = 2x + 1$, $y = 2x - 1$, $y = 2x + 3$, $y = 2x - 4$, $y = 2x + \frac{1}{2}$ La intención es que los alumnos relacionen la inclinación y posición de las rectas que se obtienen al variar el valor de b y mantener constante la pendiente, que en los ejemplos anteriores es 2.

La calculadora graficadora es un recurso que permite apreciar con mucha claridad y de manera ágil cómo cambian las rectas cuando se modifica uno de los parámetros mientras el otro permanece constante.

Actividad complementaria: "Analizando gráficas de rectas", en *Hoja electrónica de cálculo.* EMAT, México, SEP, 2000, p. 123.

Conocimientos y habilidades	Orientaciones didácticas
3.8. Analizar el comportamiento de gráficas lineales de la forma $y = mx + b$, cuando cambia el valor de m, mientras el valor de b permanece constante.	Se recomienda que los estudiantes exploren, al tabular y graficar diferentes expresiones algebraicas lineales, el comportamiento del parámetro m en funciones como: $y = -x + 2$, $y = x + 2$, $y = 2x + 2$, $y = -3x + 2$, $y = \frac{1}{2}x + 2$ Ahora el énfasis está en reconocer la relación entre los diversos valores de m y la inclinación de las rectas correspondientes. La calculadora graficadora facilita el logro de este fin.

Con las habilidades y conocimientos relacionados con la función lineal de este curso, se espera que los estudiantes puedan manipular de manera más eficiente sus diferentes representaciones (algebraica, tabular y gráfica), desde la perspectiva del conocimiento matemático y de la modelación de diversos fenómenos o situaciones que representan.

Actividad complementaria: "Analizando gráficas de rectas", en *Hoja electrónica de cálculo.* EMAT, México, SEP, 2000, pp. 123.

Bloque 4

Como resultado del estudio de este bloque temático se espera que los alumnos:

1. Resuelvan problemas que implican el uso de las leyes de los exponentes y de la notación científica.
2. Resuelvan problemas geométricos que implican el uso de las propiedades de las alturas, medianas, mediatrices y bisectrices en triángulos.
3. Interpreten y relacionen la información proporcionada por dos o más gráficas de línea que representan diferentes características de un fenómeno o situación.
4. Resuelvan problemas que implican calcular la probabilidad de dos eventos independientes.
5. Relacionen adecuadamente el desarrollo de un fenómeno con su representación gráfica formada por segmentos de recta.

Conocimientos y habilidades

4.1. Elaborar, utilizar y justificar procedimientos para calcular productos y cocientes de potencias enteras positivas de la misma base y potencias de una potencia.
Interpretar el significado de elevar un número natural a una potencia de exponente negativo.
Utilizar la notación científica para realizar cálculos en los que intervienen cantidades muy grandes o muy pequeñas.

Orientaciones didácticas

La comprensión del significado de estas operaciones y la habilidad para realizar cálculos con ellas es importante por los vínculos que se pueden establecer con otros temas, como la multiplicación, el teorema de Pitágoras o las ecuaciones de segundo grado. Tanto para el estudio de potencias de una misma base, como para la potencia de una potencia, pueden plantearse cálculos con números pequeños que los alumnos puedan resolver mentalmente y en los cuales puedan observar regularidades. Por ejemplo:

$$2^1 \times 2^5 = 2 \times 32 = 64 = 2^6$$
$$2^2 \times 2^3 = 4 \times 8 = 32 = 2^5$$
$$2^4 \times 2^5 = 16 \times 32 = 512 = 2^9$$

De este modo se podría hacer la siguiente generalización:

$2^m \times 2^n = 2^{m+n}$ para llegar a establecer que: $a^m \times a^n = a^{m+n}$

De manera similar se puede abordar el cociente de potencias de la misma base y llegar al exponente negativo. Una forma de hacerlo es la siguiente: Generalizar la regla para simplificar expresiones de la forma $\frac{a^m}{a^n}$, a partir de casos particulares $\frac{4^5}{4^2} = \frac{4\times4\times4\times4\times4}{4\times4} = 4\times4\times4 = 4^{5-2} = 4^3$:

Luego, utilizar el significado de los exponentes para simplificar $\frac{7^3}{7^5}$

$$\frac{7^3}{7^5} = \frac{7\times7\times7}{7\times7\times7\times7\times7} = \frac{1}{7^2}$$

Finalmente, utilizar la regla anterior para simplificar $\frac{7^3}{7^5}$

$\frac{7^3}{7^5} = 7^{3-5} = 7^{-2}$ e interpretar el significado de elevar un número natural a una potencia de exponente negativo.

En este caso $7^{-2} = \frac{1}{7^2}$ y, en general, $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$

Con frecuencia, la cancelación de factores en expresiones fraccionarias da lugar a que los alumnos cometan errores como el siguiente: $\frac{2^3}{2^5} = \frac{2\times2\times2}{2\times2\times2\times2\times2} = \frac{0}{2\times2\times2}$

Probablemente este error tenga su origen en un uso indebido del lenguaje. Usar expresiones como “este factor se va con éste” puede inducir a que los alumnos piensen que todos los factores del numerador se anulan, por lo que queda 0.

En cambio, generalmente no tienen dificultades cuando se utiliza otro procedimiento para simplificar la misma expresión. Por ejemplo: $\frac{2^3}{2^5} = \frac{2\times2\times2}{2\times2\times2\times2\times2} = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$ o bien $\frac{2^3}{2^5} = \frac{2^3 \div 2^3}{2^5 \div 2^3} = \frac{2^0}{2^2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$

Las razones por las que se cometen errores son complejas. Solamente la participación de los estudiantes en el análisis del error les permitirá comprender por qué no suceden las cosas como ellos piensan.

Subtema **FIGURAS PLANAS**

Conocimientos y habilidades

4.2. Determinar los criterios de congruencia de triángulos a partir de construcciones con información determinada.

Orientaciones didácticas

Las construcciones a partir de ciertos datos permiten averiguar si éstos son suficientes y si hay más de una solución correcta. Los alumnos pueden enunciar los criterios de congruencia de triángulos con base en las construcciones y la discusión acerca de la unicidad. Por ejemplo, si se dan dos segmentos que deben ser iguales a dos lados del triángulo es posible plantear diversas preguntas y situaciones, entre ellas: ¿Se pueden dibujar dos triángulos distintos? ¿Cuántos triángulos distintos puede haber?

Lo mismo cabe preguntar para tres segmentos que deben ser iguales a los tres lados del triángulo; para dos segmentos y un ángulo, que deben ser iguales a dos lados y el ángulo comprendido entre ellos; para un segmento y dos ángulos, que deben ser iguales a un lado y a los dos ángulos adyacentes; para dos ángulos, que deben ser iguales a dos de los ángulos del triángulo; para tres ángulos, que deben ser iguales a los ángulos del triángulo. En cada caso, para responder a las preguntas planteadas, se necesita conocer propiedades como la suma de los ángulos interiores de un triángulo y saber trasladar los ángulos con compás y medirlos con transportador.

Actividad complementaria: "Figuras directa o inversamente congruentes", en *Geometría dinámica.* EMAT, México, SEP, 2000, pp. 124-125.

Subtema **RECTAS Y ÁNGULOS**

Conocimientos y habilidades

4.3. Explorar las propiedades de las alturas, medianas, mediatrices y bisectrices en un triángulo.

Orientaciones didácticas

El maestro podría presentar a los alumnos diferentes definiciones de las líneas del triángulo y pedir que las analicen con el fin de establecer su utilidad, o bien, si la definición que se da es satisfactoria. De igual modo, se puede pedir a los alumnos que tracen las medianas de diferentes triángulos y que hagan pasar un hilo por el punto donde se cortan las tres líneas, para comprobar que ése es el punto de equilibrio (baricentro) del triángulo. Otra opción es presentar diferentes afirmaciones y que los alumnos determinen si son verdaderas o falsas y que argumenten para justificar su respuesta. Por ejemplo: cualquiera de las alturas del triángulo siempre es menor que uno de sus lados; la altura de un triángulo es menor que la mediana que corresponde al mismo lado; cuando la mediana correspondiente a un lado de un triángulo es también mediatriz de éste, el triángulo es isósceles.

Actividad complementaria: "Bisectriz, altura, mediana y mediatriz de un triángulo cualquiera", en *Geometría dinámica.* EMAT, México, SEP, 2000, pp. 82-83.

Conocimientos y habilidades

4.4. Distinguir en diversas situaciones de azar eventos que son independientes.
Determinar la forma en que se puede calcular la probabilidad de ocurrencia de dos o más eventos independientes.

Orientaciones didácticas

La noción de independencia en situaciones de azar tiene varios matices y su estudio es importante porque la intuición suele llevar a errores ante problemas relativamente simples y porque es necesario que los alumnos elaboren procedimientos sistemáticos para los casos más complejos. A continuación se enuncian tres ejemplos de problemas en los que la idea de independencia está presente.

- Se lanzan cinco volados consecutivos y en todos ellos ha caído sol. ¿Cuál es la probabilidad de que en el sexto volado también caiga sol?

A menos que la moneda o las condiciones del lanzamiento sean trucadas, la probabilidad de obtener sol en una serie de volados siempre es $\frac{1}{2}$. Los resultados de un lanzamiento y otro son eventos independientes, es decir, la ocurrencia de uno no afecta la ocurrencia del otro.

- Se va a realizar una rifa con doscientos boletos que han sido numerados del 1 al 200. Todos los boletos se han vendido. El boleto ganador será el primero que se saque de una urna. Ana compró los boletos 81, 82, 83 y 84. Juan adquirió los boletos 30, 60, 90 y 120. ¿Quién tiene más oportunidades de ganar?

Algunos estudiantes podrían pensar que Juan tiene más posibilidades de ganar porque sus números están mejor distribuidos entre el total; otros podrían pensar que Ana tiene mejores posibilidades porque sus números son seguidos. En ambos casos, los estudiantes no aprecian que cada boleto, independientemente del número que represente, tiene la misma probabilidad de salir.

- Se lanzan simultáneamente un dado y una moneda. ¿Cuál es la probabilidad de que caiga sol y el número 4?

Seguramente los alumnos saben que, consideradas por separado, las probabilidades son $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{6}$, de manera que el asunto es averiguar cómo se relacionan estas dos medidas. La reflexión de los alumnos puede llevarlos a generar la regla del producto, ya que la probabilidad de que ocurran dos eventos a la vez debe ser menor que la probabilidad de que ocurra cualquiera de ellos.

Es conveniente contrastar estos casos con problemas en los que dos o más eventos no sean independientes, por ejemplo, los casos de extracciones de una urna sin reemplazo.

Actividad complementaria: "Jugando con dados y apuestas" y "Apuestas", en *Hoja electrónica de cálculo. EMAT*, México, SEP, 2000, pp. 136-138 y 144-146, respectivamente.

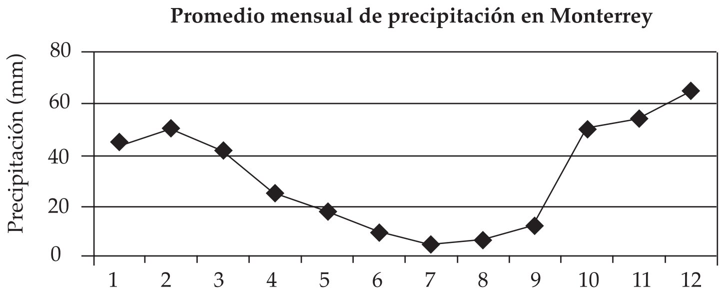
Conocimientos y habilidades

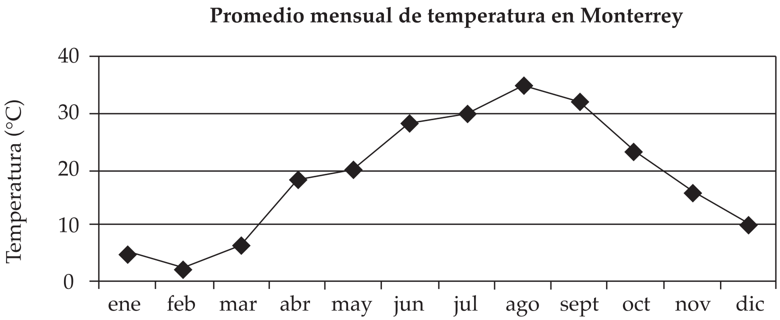
4.5. Interpretar y utilizar dos o más gráficas de línea que representan características distintas de un fenómeno o situación para tener información más completa y en su caso tomar decisiones.

Orientaciones didácticas

Así como es importante que los alumnos aprendan a interpretar distintas gráficas que corresponden a un mismo fenómeno, también lo es que relacionen gráficas que representan distintos fenómenos y obtengan conclusiones a partir de ellas. Un ejemplo de lo anterior son las gráficas que se muestran a continuación, en las que se puede apreciar el promedio mensual de precipitación pluvial y temperatura en la ciudad de Monterrey. Algunas preguntas que se pueden plantear a partir de las gráficas son:

- ¿Cuál es el mes más adecuado para visitar Monterrey, considerando la lluvia y la temperatura? ¿Por qué? ¿Es cierto que cuando en Monterrey hace más frío, llueve menos? Justifiquen su respuesta.



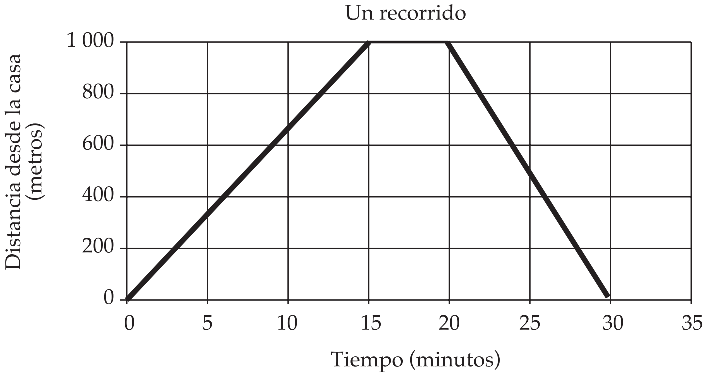


Conocimientos y habilidades

4.6. Interpretar y elaborar gráficas formadas por segmentos de recta que modelan situaciones relacionadas con movimiento, llenado de recipientes, etcétera.

Orientaciones didácticas

Es necesario advertir que, además de los fenómenos o situaciones que se pueden modelar totalmente con una función lineal, existen otros fenómenos que admiten una modelación local por medio de una función lineal; es decir, que la modelación se da mediante funciones lineales por tramos o segmentos. Por ejemplo, obsérvese la siguiente gráfica.



Algunas interrogantes que ayudan a explorar este tipo de gráficas son las siguientes:

¿Qué situación describe la gráfica?
¿En cuánto tiempo se llega al punto más lejano de la casa?
Si la persona salió a las 16:20 horas, ¿a qué distancia de su casa estaba a las 16:45 horas?
¿Cuánto tiempo permaneció esa persona en el lugar más alejado antes de regresar?

Vínculos: Física. Tema: 1.1.3. Movimiento rectilíneo.

Bloque 5

Como resultado del estudio de este bloque temático se espera que los alumnos:

1. Resuelvan problemas que implican el uso de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.
2. Determinen el tipo de transformación (traslación, rotación o simetría) que se aplica a una figura para obtener la figura transformada.
3. Identifiquen y ejecuten simetrías axiales y centrales y caractericen sus efectos sobre las figuras.
4. Resuelvan problemas que implican calcular la probabilidad de dos eventos que son mutuamente excluyentes.

Eje — Sentido numérico y pensamiento algebraico

Tema — Significado y uso de las literales

Subtema — ECUACIONES

Conocimientos y habilidades

5.1. Representar con literales los valores desconocidos de un problema y usarlas para plantear y resolver un sistema de ecuaciones con coeficientes enteros.

Orientaciones didácticas

El estudio de los sistemas de ecuaciones debe partir de problemas sencillos, que faciliten la apropiación gradual de los procedimientos para plantear y resolver ecuaciones simultáneas. A esta apropiación seguramente contribuirá el conocimiento que los alumnos tienen sobre los significados y usos de las literales en el trabajo algebraico.

Los alumnos deben tener claro que el procedimiento algebraico que se utilice consiste esencialmente en realizar procesos de simplificación algebraica, de manera que quede una sola ecuación con una incógnita. No se trata entonces de que en la resolución de un problema los alumnos deban usar necesariamente un método específico ni tampoco que deban resolverlo empleando todos los métodos; más bien, la idea es que cuenten con las herramientas necesarias para que, ante un sistema de ecuaciones, puedan elegir el método que les parezca más adecuado.

Eje — Forma, espacio y medida

Tema — Transformaciones

Subtema — MOVIMIENTOS EN EL PLANO

Conocimientos y habilidades

5.2. Determinar las propiedades de la rotación y de la traslación de figuras. Construir y reconocer diseños que combinan la simetría axial y central, la rotación y la traslación de figuras.

Orientaciones didácticas

Aquí es conveniente que los alumnos anticipen el tipo de transformación que sufrió una figura (por una rotación, traslación o simetría) y analicen qué propiedades se conservan después de estas transformaciones. También se puede proponer que analicen la rotación de 180° (simetría central), tanto dentro de la figura como desde un punto fuera de la figura y la relacionen con una simetría doble o de ejes perpendiculares. Asimismo, se sugiere que comenten y analicen el tipo de rotación que se tiene que aplicar a una figura para que ésta quede en la posición inicial. Por ejemplo, es probable que los alumnos consideren que el triángulo equilátero tiene simetría central, sin embargo, al realizar los trazos necesarios se darán cuenta de que no es así y que el giro que se debe aplicar para que quede en la posición inicial es de 120° y no de 180°.

Actividad complementaria: "Uso de la simetría central", en *Geometría dinámica.* EMAT, México, SEP, 2000, pp. 88-91.

Eje
Tema
Subtema

Manejo de la información
Representación de la información
GRÁFICAS

Conocimientos y habilidades	Orientaciones didácticas
5.3. Representar gráficamente un sistema de ecuaciones lineales con coeficientes enteros e interpretar la intersección de sus gráficas como la solución del sistema.	Los alumnos han resuelto ecuaciones lineales simultáneas con procedimientos algebraicos. Se trata ahora de que aprecien las ventajas de la representación gráfica. Por lo general, en ésta se resaltan los aspectos cualitativos de la relación entre las variables (hay o no solución, con qué signos, etc.), en tanto que la solución algebraica lleva al cálculo preciso de las soluciones. **Vínculos**: Física. Tema: 1.1.3. Movimiento rectilíneo.

Tema
Subtema

Análisis de la información
NOCIÓN DE PROBABILIDAD

Conocimientos y habilidades	Orientaciones didácticas
5.4. Distinguir en diversas situaciones de azar eventos que son mutuamente excluyentes. Determinar la forma en que se puede calcular la probabilidad de ocurrencia.	Una vez que los alumnos saben calcular la probabilidad de un evento en una gran variedad de experimentos aleatorios, se trata de volver más compleja la tarea planteando problemas que impliquen averiguar la probabilidad de que ocurra el evento *A* o el *B* (cualquiera de los dos); o bien la probabilidad de que ocurran el evento *A* y el *B* (los dos a la vez). No sobra decir que al resolver este tipo de problemas los alumnos deben apoyarse en los conocimientos básicos que han adquirido y no se debe sustituir el proceso de reflexión por una regla o una fórmula.

Un ejemplo de problema que se puede plantear es:

- Consideren el experimento de lanzar un dado.

  ¿Cuál es la probabilidad de que salga un número par?
  ¿Cuál es la probabilidad de que salga un número impar?
  ¿Cuál es la probabilidad de que salga un número par o impar?
  ¿Cuál es la probabilidad de que salga un número par o menor que tres?
  ¿Cuál es la probabilidad de que salga un número par y menor que tres?

  La resolución de este tipo de problemas puede llevar a los alumnos a formular la regla de la suma.

Actividad complementaria: “El problema del cumpleaños”, en *Hoja electrónica de cálculo.* EMAT, México, SEP, 2000, pp. 108-109.

3er grado

Bloque 1

Como resultado del estudio de este bloque temático se espera que los alumnos:

1. Transformen expresiones algebraicas en otras equivalentes al efectuar cálculos.
2. Apliquen los criterios de congruencia de triángulos en la justificación de propiedades de figuras geométricas.
3. Resuelvan problemas que implican relacionar ángulos inscritos y centrales de una circunferencia.
4. Resuelvan problemas que implican determinar una razón de cambio, expresarla algebraicamente y representarla gráficamente.

Conocimientos y habilidades

1.1. Efectuar o simplificar cálculos con expresiones algebraicas tales como: $(x + a)^2$; $(x + a)(x + b)$; $(x + a)(x – a)$. Factorizar expresiones algebraicas tales como: $x^2 + 2ax + a^2$; $ax^2 + bx$; $x^2 + bx + c$; $x^2 – a^2$.

Orientaciones didácticas

La realización de este tipo de cálculos tiene sentido en dos casos: *a)* para expresar o llevar a cabo cálculos numéricos; y *b)* para resolver ecuaciones o problemas diversos. Un ejemplo del primer caso es el siguiente: el producto de dos binomios de la forma $(x + a)(x – a)$ se puede expresar como:

$$(x + a)(x - a) = x^2 – ax + ax – a^2 = x^2 – a^2$$

De manera que el producto de estos binomios, a los que se les llama binomios conjugados, es igual a una diferencia de cuadrados. Esta ley general puede aplicarse en un cálculo aritmético particular, por ejemplo: $103 \times 97 = (100 + 3)(100 – 3) = 100^2 – 3^2 = 9\,991$

De manera similar se podría abordar el producto de dos binomios de la forma $(x + a)(x + b)$:

$$(x + a)(x + b) = x^2 + ax + bx + ab = x^2 + (a + b)x + ab$$

Al aplicar este resultado a un cálculo aritmético particular se tendrá, por ejemplo:

$$31 \times 32 = (30 + 1)(30 + 2) = 30^2 + (1 + 2)30 + 1 \times 2 = 992$$

Del producto de expresiones algebraicas se pasa a la factorización. Por ejemplo, el producto de dos números consecutivos se puede expresar como: $x(x + 1) = x^2 + x$

Lo que significa que el producto de dos números consecutivos es igual al cuadrado del primer número más el mismo número. E inversamente, el cuadrado de un número más el mismo número es igual al producto del número por su consecutivo: $x^2 + x = x(x + 1)$. Por ejemplo: $15^2 + 15 = 15(15 + 1) = 15 \times 16 = 240$

Para mostrar un ejemplo del segundo caso, en el que por cierto muchos alumnos enfrentan dificultades ante la ausencia de medidas expresadas con números, se puede plantear la siguiente pregunta: ¿Cuál es el área de un rectángulo cuya base mide 3 metros más que su altura? En este caso las literales sirven tanto para asignar valores a la base y a la altura como para expresar el área del rectángulo.

La formulación y resolución de ecuaciones brindan diversas oportunidades para que los alumnos efectúen cálculos con literales y los vinculen con las propiedades y cálculos aritméticos.

Subtema **FIGURAS PLANAS**

Conocimientos y habilidades	Orientaciones didácticas
1.2. Aplicar los criterios de congruencia de triángulos en la justificación de propiedades de los cuadriláteros.	Se sugiere que tanto el conocimiento de los criterios de congruencia de triángulos como el teorema de Pitágoras, el teorema de Tales y los criterios de semejanza de triángulos, que se estudiarán en este grado, se utilicen para argumentar, probar y resolver problemas que aporten nuevos conocimientos geométricos acerca de las figuras. Para aplicar la congruencia de triángulos se pueden plantear problemas como el siguiente:

- Sea *ABCD* un cuadrilátero cualquiera, ¿qué condiciones debe cumplir para obtener triángulos congruentes al trazar las diagonales?

Es necesario que los alumnos manipulen las figuras, las doblen, las recorten, etc. Actividades como la anterior permiten que los alumnos entiendan y den sentido a las conjeturas que obtienen.

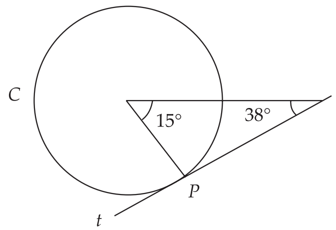
Actividad complementaria: "Cómo verificar la congruencia de las figuras", en *Geometría dinámica.* EMAT, México, SEP, 2000, pp. 126-127.

Subtema **RECTAS Y ÁNGULOS**

Conocimientos y habilidades	Orientaciones didácticas
1.3. Determinar mediante construcciones las posiciones relativas entre rectas y una circunferencia y entre circunferencias. Caracterizar la recta secante y la tangente a una circunferencia.	Los alumnos de este grado han desarrollado habilidades vinculadas con el uso del diámetro, la cuerda y el radio. Ahora se trata de que analicen otras relaciones con base en la construcción de rectas que tocan la circunferencia en dos puntos, en un punto o que no la tocan. Una vez que se conozcan los nombres respectivos, se pueden plantear problemas de construcción como los siguientes: • Construyan la recta tangente a una circunferencia desde un punto en una circunferencia.

Esta construcción permite aplicar la noción de recta perpendicular a un segmento dado. A la pregunta anterior puede seguir ésta:

- ¿Es cierto que la recta *t* es tangente a la circunferencia *C* en el punto *P*? Argumente su respuesta.



Conocimientos y habilidades

1.4. Determinar la relación entre un ángulo inscrito y un ángulo central de una circunferencia, si ambos abarcan el mismo arco.

Orientaciones didácticas

Los alumnos conocen el ángulo central y sus relaciones con la construcción de los polígonos regulares. Ahora se trata de que, mediante la exploración en el trazado y la medida de diferentes ángulos inscritos cuyos arcos coincidan con el arco de un ángulo central, encuentren que la medida de cualquier ángulo inscrito en una circunferencia es igual a la mitad del ángulo central, siempre y cuando los arcos coincidan. Deberán explorar con ángulos inscritos cuyo arco coincida con el diámetro, es decir, con un ángulo central de 180°. Utilizando esta relación, los alumnos podrán concluir que todo triángulo inscrito en una semicircunferencia es un triángulo rectángulo.

Actividad complementaria: "Ángulos inscritos en una circunferencia", en *Geometría dinámica*. EMAT, México, SEP, 2000, pp. 138-139.

Tema Medida

Subtema ESTIMAR, MEDIR Y CALCULAR

Conocimientos y habilidades

1.5. Calcular la medida de ángulos inscritos y centrales, así como de arcos, el área de sectores circulares y de la corona.

Orientaciones didácticas

Puesto que los alumnos de este grado ya saben calcular el área de un círculo y saben que un ángulo central determina una fracción de éste, no será difícil que puedan calcular el área de un sector circular. Un problema que puede resultar interesante es el siguiente:

- Una cabra está atada, mediante una cuerda de 3 metros de longitud, a una de las esquinas exteriores de un corral de forma cuadrada, de 5 metros de lado. El corral está rodeado por un campo de hierba. ¿En qué área puede pastar la cabra?

El problema puede tener variantes al aumentar la longitud de la cuerda y al cambiar la forma del corral a cualquier polígono regular.

Conocimientos y habilidades

1.6. Analizar la razón de cambio de un proceso o fenómeno que se modela con una función lineal y relacionarla con la inclinación o pendiente de la recta que lo representa.

Orientaciones didácticas

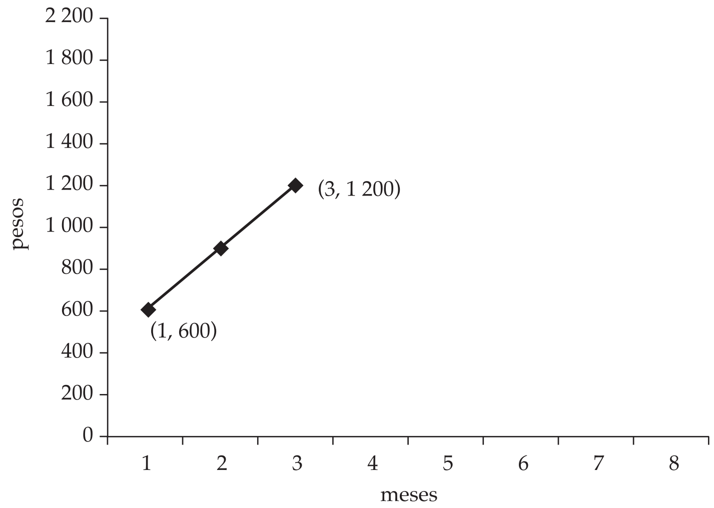
En este grado se continúa con el estudio de las funciones y se inicia el estudio de la razón de cambio en la función lineal. Este concepto tiene diversas aplicaciones en la economía, la física y la biología.

Siempre que dos variables (magnitudes) están conectadas mediante una relación funcional, se puede estudiar el cambio relativo de una de las variables respecto de la otra; es decir, se pueden determinar y analizar las razones de cambio del fenómeno. Algunas razones de cambio debido a su importancia se han identificado con nombres especiales, por ejemplo, la razón de cambio de una población respecto al tiempo se llama *tasa de crecimiento;* la razón de cambio de la temperatura de un líquido se llama *velocidad de enfriamiento* o *calentamiento;* la razón de cambio de la distancia en relación con el tiempo se llama *velocidad;* la razón de cambio de la velocidad respecto al tiempo se llama *aceleración.*

Algunos ejemplos de problemas que se pueden plantear son:

- La siguiente gráfica muestra los cambios en el precio de un artículo durante los primeros meses del año. ¿Cuál es el incremento mensual del precio del artículo, suponiendo que fue el mismo cada mes?

Incremento en el precio de un artículo

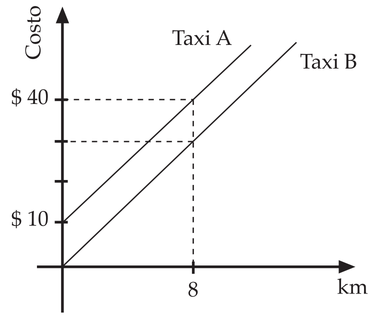


En este caso, el incremento en el precio del artículo respecto al tiempo es la razón de cambio. En la gráfica el cambio en el precio se indica en la dirección vertical y el cambio en el tiempo en la dirección horizontal.

$$razón\ \ de\ \ cambio = \frac{cambio\ \ en\ \ el\ \ precio}{cambio\ \ en\ \ el\ \ tiempo} = \frac{1200-600}{3-1} = \frac{600}{2} = 300$$

Considerando la situación anterior, pueden hacerse las siguientes reflexiones: ¿Cuál será el costo del artículo en el sexto mes? ¿Qué significaría que la pendiente entre el tercero y el cuarto mes fuera mayor?

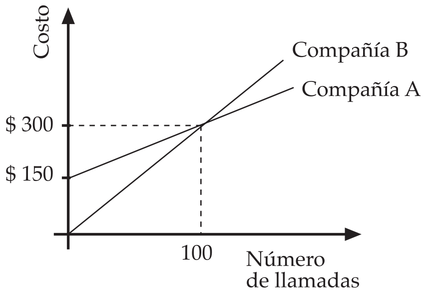
- La gráfica muestra el costo de un viaje en dos taxis distintos.



¿Cuál es el costo del viaje en cada taxi por kilómetro recorrido? ¿Son distintos los incrementos en el costo por kilómetro recorrido? Entonces, ¿por qué el costo es distinto en uno u otro taxi?

La razón de cambio de un fenómeno o situación representada en una línea recta es siempre la misma y está relacionada con la inclinación de dicha recta.

- La gráfica muestra el costo del servicio telefónico en dos compañías.



¿Son distintos los incrementos en el costo por llamada telefónica en una y otra compañía? ¿Por qué el costo por 100 llamadas telefónicas es el mismo en las dos compañías telefónicas? ¿Cuál es el incremento en el costo de 50 a 100 llamadas en la compañía *A*? ¿Y en la *B*? ¿Cuál es el incremento por cada llamada telefónica en cada compañía? En la compañía *A*, ¿el incremento en el costo de 1 a 50 llamadas es el mismo que de 51 a 100 llamadas?

Estos y otros contextos permiten dar sentido a la noción de razón de cambio y sientan las bases para que los estudiantes puedan abordar, en grados posteriores, el estudio de procesos de cambio más complejos, que se modelan con funciones no lineales.

Conocimientos y habilidades	Orientaciones didácticas
1.7. Diseñar un estudio o experimento a partir de datos obtenidos de diversas fuentes y elegir la forma de organización y representación tabular o gráfica más adecuada para presentar la información.	En los grados anteriores los alumnos han estudiado diversas representaciones estadísticas (barras, circulares, pictogramas, tablas de frecuencias, polígonos, etc.) y gradualmente las han utilizado para comunicar información proveniente de estudios sencillos o encuestas, diarios o revistas. En este grado se pretende que los alumnos integren los conocimientos y habilidades que han adquirido, para realizar trabajos más amplios en diversos contextos ligados a situaciones reales. Habrá que plantear preguntas interesantes que despierten el interés de los alumnos para desarrollar todo el proceso, desde la búsqueda de información hasta su presentación. Algunos ejemplos de preguntas que se pueden plantear son:

¿Cuál fue el comportamiento del peso frente al dólar a lo largo del mes?
¿Cuál es la afición preferida de los estudiantes de esta escuela?
¿Cuántas personas de la comunidad han emigrado en busca de trabajo en los últimos seis meses?

Vínculos: Español. Participar en eventos comunicativos formales para compartir información.

Bloque 2

Como resultado del estudio de este bloque temático se espera que los alumnos:

1. Resuelvan problemas que implican el uso de ecuaciones de segundo grado, asumiendo que éstas pueden resolverse mediante procedimientos personales o canónicos.
2. Resuelvan problemas que implican utilizar las propiedades de la semejanza en triángulos y en general en cualquier figura.
3. Resuelvan problemas de probabilidad que impliquen utilizar la simulación.

Conocimientos y habilidades	Orientaciones didácticas
2.1. Utilizar ecuaciones no lineales para modelar situaciones y resolverlas utilizando procedimientos personales u operaciones inversas.	Las ecuaciones y funciones cuadráticas desempeñan un papel importante en el estudio de las matemáticas y la física; por ejemplo, en la resolución de problemas sobre áreas de figuras geométricas, en el estudio del movimiento uniformemente acelerado, etc. Se recomienda entrar en el tema con problemas que permitan plantear ecuaciones cuadráticas o cúbicas y que los alumnos resolverán mediante procedimientos personales. Por ejemplo:

- El volumen de un cubo es 100 cm^3, ¿cuál es la medida de su arista?
- El cuadrado de un número menos 5 es igual a 220, ¿cuál es este número?

Este último problema constituirá el primer acercamiento de los estudiantes a las ecuaciones que tienen más de una solución. Puede plantearse también el problema inverso: dada una ecuación no lineal, traducirla al lenguaje común y resolverla.

Ejemplos:

$3 = \frac{147}{x^2}$
$17 + 2a^2 = 179$
$b^2 + 44 = 80$
$m^3 = 40$

Hay que usar una calculadora para resolver las siguientes ecuaciones, dando la solución con dos cifras decimales.

$a^3 + a = 30$
$n^3 - n = 80$

Si se cuenta con una calculadora graficadora o con una hoja electrónica de cálculo, pueden plantearse problemas más complejos, como el siguiente:

- De cada una de las esquinas de una lámina cuadrada de metal, de 20 cm de lado, se cortan pequeños cuadrados de x cm de lado y luego se doblan los bordes hacia arriba para formar una caja abierta. ¿Cuál es el volumen de la caja cuando su altura es de 1 cm? Y cuando es de 2 cm, ¿se duplica el volumen? ¿Por qué? ¿El volumen de las cajas que se forman es directamente proporcional a la altura de las cajas? ¿Cuál es el mayor volumen que puede alcanzar la caja? Si se requiere que la caja tenga una capacidad de 475 cm^3, ¿cuánto deben medir por lado los pequeños cuadrados que se corten de las esquinas?

Conocimientos y habilidades

2.2. Utilizar ecuaciones cuadráticas para modelar situaciones y resolverlas usando la factorización.

Orientaciones didácticas

Muchas ecuaciones cuadráticas que se plantean al modelar situaciones pueden resolverse por la vía de la factorización, la cual se estudió en el primer apartado del bloque 1. Un ejemplo que puede plantearse es el siguiente:

- El perímetro de un rectángulo mide 50 cm, ¿cuáles son algunas de las posibles medidas de sus lados? Las medidas se pueden registrar en una tabla como ésta:

Lado a									
Lado b									

Si el área de uno de los rectángulos es de 156 cm^2, ¿cuáles son sus dimensiones?

Si bien los alumnos pueden resolver este problema mediante operaciones aritméticas, se espera también que escriban una ecuación cuadrática como:

$$x\,(25 - x) = 156$$

la cual puede llevarse a la forma:

$$x^2 - 25x + 156 = 0$$

o bien a:

$$(x - 12)(x - 13) = 0$$

y resolverse por factorización.

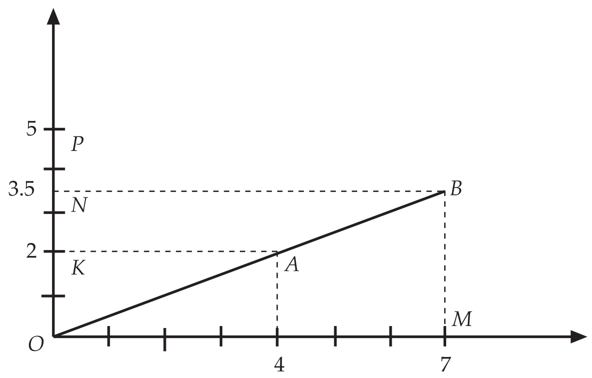
Conocimientos y habilidades	Orientaciones didácticas
2.3. Construir figuras semejantes y comparar las medidas de los ángulos y de los lados.	Cuando se pide a los alumnos que construyan un triángulo dadas las medidas de tres ángulos, se dan cuenta de que existe cierta relación entre los triángulos obtenidos, independientemente de la longitud de los lados. Y si el maestro pidió además que analizaran la relación entre las medidas de los lados correspondientes, pudieron concluir que las razones eran iguales y, por tanto, los lados eran proporcionales.

De esta manera se observa que la semejanza está estrechamente ligada a la proporcionalidad; así que, para introducir la noción de semejanza, se sugiere plantear un problema como el siguiente:

- Se quiere ampliar una fotografía de 4 x 2 cm, de tal manera que el homólogo del lado que mide 4 cm mida 7 cm. ¿Cuánto debe medir el otro lado?

Después de que los alumnos presenten posibles soluciones se les pide que dibujen ambos rectángulos, el de la fotografía original y el de la fotografía ampliada. Se comparan las figuras obtenidas y se analiza cómo son ambas fotografías, cuánto aumentó cada lado y si cambió la forma.

Es importante que se varíen las medidas de la fotografía reproducida para que los alumnos comprueben si los rectángulos están bien construidos, es decir, si son semejantes. Esta actividad se puede vincular con el eje *Manejo de la información,* al pedir a los alumnos que en un plano cartesiano ubiquen uno de los vértices de los rectángulos en el origen de coordenadas, lo que permitirá mostrar que, para la ampliación correcta de las fotografías, los puntos O, A y B están alineados (véase la gráfica de abajo); es decir, que las diagonales de todos ellos coinciden.



Conocimientos y habilidades

2.4. Determinar los criterios de semejanza de triángulos.
Aplicar los criterios de semejanza de triángulos en el análisis de diferentes propiedades de los polígonos.
Aplicar la semejanza de triángulos en el cálculo de distancias o alturas inaccesibles.

Orientaciones didácticas

Se propone que los alumnos enuncien los criterios de semejanza de triángulos a partir de las construcciones y la discusión acerca de la existencia y la unicidad. Por ejemplo:

- Con base en la siguiente información, dibujen dos triángulos semejantes cuando sea posible:

    a) Dos de los lados de un triángulo miden 3 cm, y el tercer lado 5 cm; los lados del triángulo correspondiente miden 6 y 10 cm.
    b) Los lados de uno de los triángulos miden 2, 3 y 7 cm, y sus correspondientes en el otro triángulo miden 1, 1.5 y 3.5 cm.
    c) En un triángulo, uno de sus lados mide 6 cm y uno de sus ángulos 60°; en el otro triángulo, el lado y el ángulo correspondientes miden 3 cm y 60°, respectivamente.
    d) Dos lados de un triángulo miden 4 cm y el tercero 5 cm; el ángulo comprendido entre los primeros mide 77°. En el segundo triángulo los lados correspondientes miden 8, 9 y 10 cm y el ángulo correspondiente se conserva.
    e) Los tres ángulos de cada uno de los dos triángulos miden 45°, 65° y 70° y sus lados son proporcionales.

¿En qué casos es posible dibujar triángulos semejantes? ¿En cuáles no? Argumenten su respuesta.

- Analizar las situaciones que se describen a continuación y determinar si se trata o no de figuras semejantes.

    a) Dos triángulos cualesquiera.
    b) Dos triángulos isósceles *ABC*, *A′B′C′* en los que el ángulo desigual mide 45°.
    c) Dos triángulos rectángulos *ABC* y *A′B′C′* en que un cateto de *ABC* es el doble de un cateto de *A′B′C′*.
    d) Dos triángulos rectángulos *ABC* y *A′B′C′* en que un ángulo agudo de ABC es congruente con el ángulo agudo de *A′B′C′* correspondiente.
    e) Dos rectángulos *ABCD* y *A′B′C′D′* en que un lado de *ABCD* es la mitad de un lado *A′B′C′D′*.
    f) Dos cuadrados cualesquiera.
    g) Dos rectángulos cualesquiera.

Una de las aplicaciones de la semejanza es el cálculo indirecto de distancias, como la altura de un árbol o de un edificio.

Subtema **PORCENTAJES**

Conocimientos y habilidades

2.5. Interpretar y utilizar índices para explicar el comportamiento de diversas situaciones.

Orientaciones didácticas

Los medios de comunicación electrónicos e impresos con frecuencia informan acerca del costo de la vida, el crecimiento de la población, el rendimiento de un deportista, la popularidad de un político, etc., y evalúan estos aspectos mediante índices. Dicen por ejemplo que el índice de popularidad del presidente de la República es 60%, lo cual significa que como resultado de una encuesta, 60% de la muestra dio una opinión favorable del presidente. Las actividades que se proponen a los alumnos deberán estar encaminadas a que reflexionen sobre la utilidad de estos índices y cómo se construyen. Algunas situaciones que se pueden plantear son las siguientes:

- Realicen una investigación en el grupo sobre el costo de la vida, considerando los artículos de primera necesidad, así como los bienes y servicios, para una familia: comida, vivienda, transporte, diversiones, etcétera.
- ¿Cuál es el índice de deserción en la escuela? ¿Cuál es el índice de reprobación?

Cuando sea posible, se puede pedir que averigüen cuestiones como la siguiente:

- ¿Cómo se construyen los índices para medir o calificar el grado de perfección de un clavado?

Vínculos: Química. Tema: Sustancias: compuestos, comparación entre mezclas y compuestos, elementos; Soluciones, composición (porcentaje en volumen, porcentaje en masa, concentración) .

Subtema **NOCIÓN DE PROBABILIDAD**

Conocimientos y habilidades

2.6. Utilizar la simulación para resolver situaciones probabilísticas.

Orientaciones didácticas

Ante la necesidad de enfrentarse a situaciones probabilísticas cada vez más complejas, es posible que los cálculos numéricos o el uso de diagramas resulten engorrosos e incomprensibles. En estos casos la simulación puede resultar una herramienta útil para analizar dichos problemas. Por ejemplo, considérese lo siguiente:

- Un agente comercial sabe que cada vez que visita un cliente tiene 20% de probabilidad de hacer dos ventas, 50% de probabilidad de hacer sólo una y 30% de no vender nada. Un día tiene cita con cinco clientes. ¿Cuánto puede esperar ganar ese día si por cada venta que realiza gana $20.00?

Simular el problema significa traducirlo en una situación equivalente que resulte más comprensible, de preferencia utilizando algún material manipulable (urnas, dados, monedas, ruletas, etc.). En este caso podría usarse una caja que contenga 2 bolas blancas, 5 rojas y 3 azules, y hacer 5 extracciones con reemplazo. Cada extracción simula un cliente y el color obtenido indicaría si se trata de dos ventas, una o ninguna.

La simulación se aplica también en aquellos problemas cuya solución implica el uso de métodos que son difíciles para el nivel. Se puede llevar a cabo un ejercicio en el que, en una caja, hay tres discos de igual diámetro; uno de ellos tiene una cara roja y la otra azul; el otro tiene las dos caras rojas y el tercero las dos caras azules. Se extrae al azar uno de los discos y se muestra a los alumnos una de las caras. Ellos tienen que adivinar el color de la cara oculta. Este juego se repite 20 veces y resulta ganador aquel que consiguió acertar la mayor cantidad de veces. ¿Existe alguna estrategia para ganar? Es común que la respuesta de los alumnos sea que no existe ninguna estrategia más ventajosa que otra, ya que cualquier color tiene la misma probabilidad $\left(\frac{1}{2}\right)$. Simular la situación permite obtener una estrategia con mayores posibilidades de ganar que es "decir el mismo color que nos muestran", ya que la probabilidad de este evento es $\frac{2}{3}$.

Gracias a la simulación, los estudiantes son capaces de abordar un gran número de situaciones probabilísticas y avanzar hacia la construcción de modelos matemáticos más eficaces.

Actividad complementaria: "Simulación", en *Hoja electrónica de cálculo.* EMAT, México, SEP, 2000, pp. 131-132.

Bloque 3

Como resultado del estudio de este bloque temático se espera que los alumnos:

1. Interpreten y representen, gráfica y algebraicamente, relaciones lineales y no lineales.
2. Utilicen adecuadamente la fórmula general para resolver ecuaciones de segundo grado.
3. Resuelvan problemas geométricos que implican el uso del teorema de Tales.
4. Conozcan las condiciones que generan dos o más figuras homotéticas, así como las propiedades que se conservan y las que cambian.

Subtema

RELACIÓN FUNCIONAL

Conocimientos y habilidades	Orientaciones didácticas
3.1. Reconocer en diferentes situaciones y fenómenos de la física, la biología, la economía y otras disciplinas, la presencia de cantidades que varían una en función de la otra y representar la regla que modela esta variación mediante una tabla o una expresión algebraica.	El desarrollo de esta habilidad se vincula estrechamente con el trabajo propuesto en el eje *Manejo de la información* de este mismo bloque, con la diferencia de que ahora sólo se destaca el aspecto algebraico, mientras en aquél se aborda dicho aspecto y la parte gráfica. El tipo de problemas que se pueden plantear consiste en representar, con una expresión algebraica, la regla que gobierna la variación en casos como los siguientes:

a) La distancia (y) recorrida por un automóvil que va a una velocidad constante durante un tiempo (t).
b) El área de la imagen sobre la pantalla (y) respecto a la distancia a la que se coloca el proyector (x).
c) El número de litros de gasolina (y) que quedan en el tanque de un automóvil que se mueve a una velocidad constante durante un tiempo (t).
d) El volumen de un cubo (y) en función de la longitud de la arista (x).

Subtema

ECUACIONES

Conocimientos y habilidades	Orientaciones didácticas
3.2. Utilizar ecuaciones cuadráticas para modelar situaciones y resolverlas usando la fórmula general.	Es necesario ofrecer a los alumnos numerosas oportunidades de plantear y resolver problemas que se modelen con ecuaciones cuadráticas. Si bien muchas de estas ecuaciones se pueden resolver por tanteo o mediante la factorización, hay otras cuya solución se dificulta con tales procedimientos. Para esos casos conviene que los alumnos conozcan la fórmula general y que la sepan usar con soltura, aunque por las dificultades que entraña, su deducción se hará más adelante, en el bachillerato.

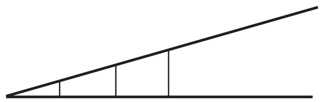
Con el fin de mostrar el significado de las ecuaciones cuadráticas como modelo de situaciones y problemas, y su doble solución, se sugiere comenzar con problemas simples y aumentar poco a poco el nivel de complejidad.

Por otra parte, se deberá observar que dependiendo del signo del discriminante ($B^2 - 4AC$), una ecuación cuadrática puede tener dos soluciones reales, sólo una o ninguna solución real.

Actividad complementaria: “Funciones cuadráticas”, en *Hoja electrónica de cálculo.* EMAT, México, SEP, 2000, pp. 129-130.

Conocimientos y habilidades	Orientaciones didácticas
3.3. Determinar el teorema de Tales mediante construcciones con segmentos. Aplicar el teorema de Tales en diversos problemas geométricos.	Éste es otro aspecto que los alumnos podrán vincular con los conocimientos que poseen sobre proporcionalidad y semejanza. Un problema que permite entrar al teorema de Tales es el que consiste en dividir un segmento cualquiera en cierto número de partes iguales. Ahora se trata de que a partir del teorema de Tales los alumnos justifiquen por qué funciona una hoja rayada para dividir un segmento en partes iguales. Otros ejemplos de problemas que se pueden plantear son:

- Dividan un segmento *AB* en dos partes tales que la razón entre las medidas de las dos partes sea 2:3.
- Dividan un segmento cualquiera en partes cuya razón sea, respectivamente: $\frac{2}{5}$; $\frac{4}{3}$; $\frac{1}{10}$; 1 a 0.25; 1 a 7.
- El siguiente dibujo representa un pedazo de reja. Si las distancias entre los barrotes son iguales entre sí, ¿qué se puede afirmar de las alturas de los barrotes? Justifica la respuesta.



Actividad complementaria: "Teorema de Tales", en *Geometría dinámica.* EMAT, México, SEP, 2000, pp. 150-151.

Conocimientos y habilidades

3.4. Determinar los resultados de una homotecia cuando la razón es igual, menor o mayor que 1 o que –1.
Determinar las propiedades que permanecen invariantes al aplicar una homotecia a una figura.
Comprobar que una composición de homotecias con el mismo centro es igual al producto de las razones.

Orientaciones didácticas

El término *homotecia* resultará extraño para los alumnos, pero al realizar las construcciones se darán cuenta de que tiene relación con la proporcionalidad de figuras. Una actividad interesante para abordar este aspecto se conoce como "la caja negra", en la que el centro de homotecia es la perforación por la que pasa la luz y la figura homotética se obtiene reflejada en la cara posterior de la caja. Es importante que los alumnos analicen qué sucede con la figura homotética al acercarse o alejarse del objeto observado.

Con el fin de que este trabajo no se prolongue varias sesiones o quede incompleto, se sugiere trabajar de la siguiente manera:

a) Pida que los alumnos se organicen en equipos para construir la caja; cada uno hará sus observaciones y las anotaciones correspondientes, para exponerlas ante el grupo.
b) En otro momento, organizados también en equipos, se les puede indicar que uno realice los trazos correspondientes a una homotecia, cuya razón sea mayor que 1, mientras el otro, una homotecia igual a 1, etc., de tal modo que al término del trabajo por equipos se haga la puesta en común para llegar a conclusiones de manera colectiva.

Actividad complementaria: "La homotecia como aplicación del teorema de Tales", en *Geometría dinámica. EMAT*, México, SEP, 2000, pp. 154-157.

Conocimientos y habilidades

3.5. Interpretar, construir y utilizar gráficas de relaciones funcionales no lineales para modelar diversas situaciones o fenómenos.

Orientaciones didácticas

El desarrollo de ideas más sólidas sobre la relación funcional se logrará mediante la observación de que la dependencia entre una magnitud y otra puede darse de distintas maneras, las cuales generan distintas expresiones algebraicas y diferentes gráficas. Para iniciar el estudio se sugiere plantear aquellas situaciones que den origen a expresiones lineales y no lineales, con la intención de que los alumnos las grafiquen y analicen sus características. Por ejemplo:

- Asignen valores a las variables que intervienen en las siguientes situaciones y tracen las gráficas correspondientes. En los casos en que sea posible, asignen valores negativos y decimales.

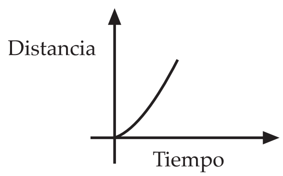
  a) La distancia (y) recorrida por un automóvil que va a una velocidad constante durante un tiempo (t).
  b) El área de la imagen sobre la pantalla (y) respecto a la distancia a la que se coloca el proyector (x).
  c) El número de litros de gasolina (y) que quedan en el tanque de un automóvil que se mueve a una velocidad constante durante un tiempo (t).
  d) El volumen de un cubo (y) en función de la longitud de la arista (x).

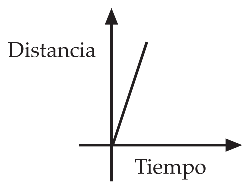
Otro tipo de problemas que se puede plantear consiste en proponer varias formas de representación y pedir a los alumnos que identifiquen las que corresponden a la misma situación. Por ejemplo:

- ¿Cuáles de las siguientes representaciones corresponden a la distancia recorrida por un objeto en caída libre al vacío?

  $d = \frac{gt^2}{2}$

  $d = 2tg$





t	0	1	2	3
d	0	4.9	19.6	44.1

Conocimientos y habilidades	Orientaciones didácticas
3.6. Establecer la relación que existe entre la forma y la posición de la curva de funciones no lineales y los valores de las literales de las expresiones algebraicas que definen a estas funciones.	En segundo grado se analiza la relación entre los valores de las literales m y b de la función lineal $y = mx + b$, y la inclinación y posición de la recta que la representa. Un análisis similar deberá hacerse en este grado, pero ahora con funciones no lineales, comparando simultáneamente diferentes gráficas en función de las modificaciones que sufre la expresión algebraica. Si los alumnos cuentan con calculadora graficadora, este recurso les facilitará la tarea. En caso contrario, se pueden utilizar acetatos. Una posible sucesión para abordar estos contenidos es ésta:

- Construyan tablas de valores, incluyendo valores negativos de x, grafiquen y analicen las siguientes funciones:

$$y = x;\ y = x^2;\ y = x^3;\ y = \frac{1}{x}$$

Puede continuarse este análisis observando los cambios que se dan en las gráficas al variar los valores de a en las funciones:

$$y = ax;\ y = ax^2\ ;\ y = ax^3;\ \text{y el de } b \text{ en } y = x + b;\ y = x^2 + b;\ y = x^3 + b;\ y = \frac{1}{x} + b$$

La intención es que los alumnos identifiquen la forma que tiene la gráfica de cada tipo de función y reconozcan los efectos que en todas ellas tienen los parámetros a y b.

Una vez que los alumnos han analizado las relaciones entre los valores de las literales en las expresiones algebraicas y las respectivas gráficas, es conveniente concentrarse en el análisis de la función cuadrática para que los alumnos conozcan sus propiedades y características de manera más detallada. Tómese el caso de una parábola, el vértice es el punto más alto o el punto más bajo de esta curva. La ordenada del vértice da el valor máximo o mínimo de y, mientras que la abscisa indica en qué punto o en qué momento ocurre ese máximo o mínimo.

También se sugiere analizar las familias de curvas de la función cuadrática, tales como:

$$y = ax^2; y = (x + b)^2;\ y = x^2 + c;\ y = (x + b)^2 + c\ ;\ y = (x + a)(x + b)$$

Este análisis de las gráficas de funciones complementa el estudio de las relaciones funcionales que se lleva a cabo en el eje *Sentido numérico y pensamiento algebraico.*

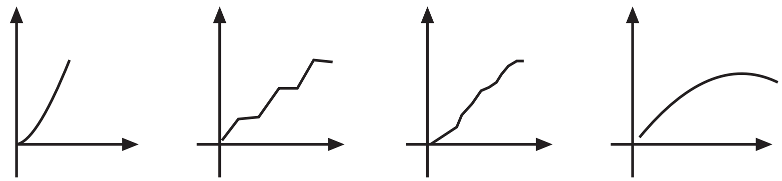
Conocimientos y habilidades

3.7. Interpretar y elaborar gráficas formadas por secciones rectas y curvas que modelan situaciones de movimiento, llenado de recipientes, etcétera.

Orientaciones didácticas

La interpretación de gráficas que modelan situaciones o fenómenos reales, los cuales no necesariamente siguen un patrón definido o modelo matemático, se inició en segundo grado, pero ahora se incluyen gráficas con secciones curvas y rectas. Se sugiere que el trabajo se realice en dos sentidos, uno que consiste en identificar la gráfica que corresponde a una situación y otro que consiste en bosquejarla. Un ejemplo de problema del primer tipo es el siguiente:

- Las gráficas que aparecen a continuación representan la altura que alcanza un elevador en movimiento en función del tiempo.



¿Qué gráfica representa el hecho de que el elevador se detuvo en cada piso?

Bloque 4

Como resultado del estudio de este bloque temático se espera que los alumnos:

1. Representen algebraicamente el término general, lineal o cuadrático, de una sucesión numérica o con figuras.
2. Resuelvan problemas que implican el uso del teorema de Pitágoras y razones trigonométricas.
3. Resuelvan problemas que implican el uso de procedimientos recursivos, tales como el crecimiento poblacional o el interés sobre saldos insolutos.

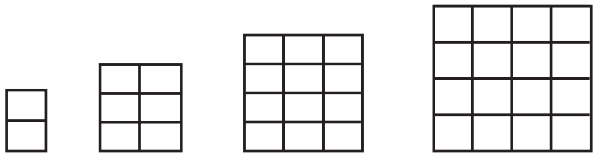
Conocimientos y habilidades

4.1. Determinar una expresión general cuadrática para definir el enésimo término en sucesiones numéricas y figurativas utilizando el método de diferencias.

Orientaciones didácticas

Esta tarea no es sencilla para los alumnos, por lo que conviene, por lo menos al principio, guiar tanto el descubrimiento del patrón como el proceso de simbolización algebraica de la regla que lo gobierna. Por ejemplo:

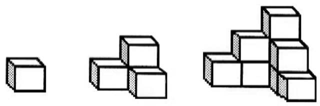
- Si se propone una sucesión de figuras como la siguiente, algunas preguntas que se podrían plantear son:



¿Cómo va creciendo la medida de la base de estas figuras rectangulares? ¿Cuánto medirán las bases de las figuras que siguen en la sucesión? ¿Cómo va creciendo la altura? ¿Cuánto medirán las alturas de las figuras que siguen en la sucesión? ¿Qué relación hay entre la medida de la base y de la altura en cada figura? ¿Qué relación hay entre la medida de la base de cada figura y la posición que ocupa en la secuencia? ¿Cuánto medirá la base de la figura que se halla en la posición *n* de la sucesión? ¿Cuánto medirá la altura de la figura que se halla en la posición *n* de la sucesión? ¿Cuántos cuadritos formarán la figura que se halla en la posición *n*?

Independientemente de que por este camino se halle la expresión algebraica que permite determinar el número de cuadritos que forman cualquier figura de la sucesión, se sugiere aplicar el método de diferencias, mismo que se describe en el *Fichero de actividades didácticas, Matemáticas.* Pueden analizarse también los siguientes ejemplos:

- ¿Cuál es la expresión algebraica que determina el número de cubos que forman la figura que ocupa la enésima posición de la siguiente sucesión?



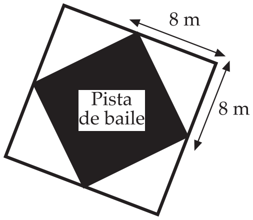
1 2 3

- ¿Cuál es la expresión algebraica que permite conocer el total de caras que es posible ver en cualquier figura que esté en la sucesión anterior?

En los tres casos la expresión algebraica que se obtiene es de segundo grado.

Conocimientos y habilidades	Orientaciones didácticas
4.2. Aplicar el teorema de Pitágoras en la resolución de problemas.	Sin duda alguna, el teorema de Pitágoras es una herramienta fundamental en el cálculo geométrico, y para que los alumnos puedan usarla con soltura es necesario que conozcan la relación entre las áreas de los cuadrados que se construyen sobre los lados de un triángulo rectángulo y logren un manejo adecuado de la fórmula que expresa dicha relación. Un ejemplo de los problemas que se pueden resolver mediante el teorema de Pitágoras es el siguiente:

- En un salón de fiestas se dejó como pista de baile una superficie cuadrada que será cubierta con madera. ¿Cuántos metros cuadrados de madera se necesitarán para cubrir el piso de la pista de baile?



Actividad complementaria: "Teorema de Pitágoras", en *Geometría dinámica.* EMAT, México, SEP, 2000, pp. 158-159.

Conocimientos y habilidades	Orientaciones didácticas
4.3. Reconocer y determinar las razones trigonométricas en familias de triángulos rectángulos semejantes, como cocientes entre las medidas de los lados. Calcular medidas de lados y de ángulos de triángulos rectángulos a partir de los valores de razones trigonométricas. Resolver problemas sencillos, en diversos ámbitos, utilizando las razones trigonométricas.	Para el desarrollo de esta habilidad se puede retomar la situación que plantea ampliar fotografías de diferentes medidas que se usó para el estudio de la semejanza. Pida a los alumnos que dibujen sobre el plano cartesiano una fotografía de 3 unidades de base y 4 de altura. Enseguida pídales que dibujen otras tres fotografías ampliadas (como se propuso en el bloque 2, tercer apartado de este mismo grado). Una vez que se han dibujado varios rectángulos cuya diagonal está sobre la misma recta, se plantea el problema de averiguar la medida del ángulo formado por la diagonal y el eje horizontal. Los alumnos pueden probar con el único recurso con el que cuentan, que es la medición directa con el transportador, después de lo cual se les puede explicar que otra manera de calcular la medida de ese ángulo es mediante los cocientes entre los lados del triángulo rectángulo que se forma —por ejemplo, la base del triángulo (cateto adyacente) entre la altura (cateto opuesto)—. Dichos cocientes son razones trigonométricas que se pueden traducir en medidas de ángulos. Pídales que verifiquen con varios triángulos semejantes y con diferentes cocientes. Finalmente dígales los nombres de las tres funciones directas: seno, coseno y tangente. Para realizar esta actividad es conveniente contar con calculadoras que tengan funciones trigonométricas.

Conocimientos y habilidades

4.4. Interpretar y comparar las representaciones gráficas de crecimiento aritmético o lineal y geométrico o exponencial de diversas situaciones.

Orientaciones didácticas

Las funciones que corresponden a un crecimiento exponencial tienen características muy distintas a las que se han estudiado anteriormente. A pesar de esto, su estudio se puede iniciar comparando su comportamiento con el de las funciones de crecimiento lineal. En ambos casos se generan datos mediante procesos recursivos, que consisten en varias fases a través de las cuales se encuentran resultados parciales que se van utilizando para encontrar el resultado final. Un ejemplo de este tipo de situaciones es el siguiente:

- En el año de 1990 la población mundial de la Tierra era de 5 292 millones de habitantes. Suponiendo que la tasa de crecimiento durante una década es de 18% y ésta se mantiene constante, ¿cuál será la población en los años 2000, 2010, 2020...?

Una vez que los alumnos encuentren los resultados, puede sugerirles que los organicen en un cuadro para que observen el carácter recursivo y que los representen gráficamente para observar la forma de la curva y la posibilidad de anticipar otros valores.

Actividad complementaria: "Recursividad (2)" y "Explosión demográfica", en *Hoja electrónica de cálculo. EMAT*, México, SEP, 2000, pp. 91-92 y 98, respectivamente.

Conocimientos y habilidades

4.5. Analizar la relación entre datos de distinta naturaleza, pero referidos a un mismo fenómeno o estudio que se presenta en representaciones diferentes, para producir nueva información.

Orientaciones didácticas

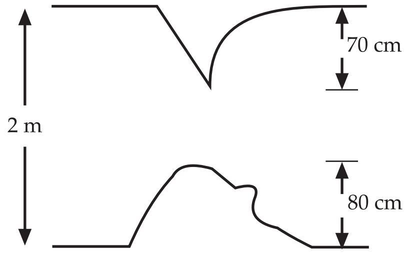
Con frecuencia, para tener idea del comportamiento de un fenómeno es necesario consultar datos sobre diversos aspectos de ese fenómeno. Así, por ejemplo, alrededor del crecimiento de estalactitas y estalagmitas en una gruta se pueden plantear y analizar diversas preguntas, como las siguientes:

- ¿Qué son y cómo crecen las estalactitas y las estalagmitas? Las siguientes tablas muestran cómo han crecido una estalactita y su correspondiente estalagmita durante los últimos 6 años.

Estalactita							
Número de años desde la primera medición	0	1	2	3	4	5	6
Longitud en cm	70	72	75	76	78	80	82

Estalagmita							
Número de años desde la primera medición	0	1	2	3	4	5	6
Longitud en cm	80	83	85	88	90	92	94

La cueva tiene 2 m de alto. Cuando se midió por primera vez se observó un perfil como el siguiente:



Transcurridos dos años desde la primera medición, ¿qué tan cerca estarán las dos puntas? ¿Y en 6 años? Hagan una predicción acerca del momento en que se unirán la estalactita y la estalagmita. Justifiquen su respuesta.

Seguramente estas habilidades les servirán de base a los alumnos para desarrollar otras más complejas, por ejemplo, la de producir o derivar información nueva a partir de otra ya conocida.

Bloque 5

Como resultado del estudio de este bloque temático se espera que los alumnos:

1. Resuelvan problemas que impliquen calcular el volumen de cilindros y conos o cualquier término de las fórmulas que se utilicen. Anticipen cómo cambia el volumen al aumentar o disminuir alguna de las dimensiones.
2. Describan la información que contiene una gráfica del tipo caja-brazos.

Conocimientos y habilidades

5.1. Dado un problema, determinar la ecuación lineal, cuadrática o sistema de ecuaciones con que se puede resolver, y viceversa, proponer una situación que se modele con una de esas representaciones.

Orientaciones didácticas

Se ha reservado este espacio para ofrecer a los alumnos numerosas oportunidades para plantear y resolver problemas mediante el uso de ecuaciones y sistemas de ecuaciones. Aunque se espera que a estas alturas del curso los alumnos dominen los procedimientos algebraicos, no se descartan los procedimientos numéricos y gráficos. Importa la habilidad para operar expresiones algebraicas, pero importa más desarrollar la habilidad para modelar situaciones. Además de problemas verbales, pueden plantearse cuestiones como las siguientes:

- Completen la tabla siguiente para valores de x y de y de la función $y = x^2 - x - 16$.

x	0	1	2	3	4	5	6	7
y								

El valor de y es 0 para un valor de x que está entre 4 y 5. Encuentren el valor de x, con una cifra decimal, que dé el valor de y más cercano a 0.

Verifiquen este valor resolviendo algebraicamente la ecuación cuadrática.

Tracen la gráfica de la función y verifiquen que la curva pasa por el punto del eje x indicado. Este trabajo puede hacerse con lápiz y papel o con una calculadora graficadora.

- ¿Cuántas soluciones tiene la ecuación $(x + 5)^2 + 3 = (x + 1)^2 + 4^3$? Justifiquen la respuesta.

Vínculos: Química. Tema 4: Estructura de la Materia; modelos de Dalton en la estructura.

Conocimientos y habilidades

5.2. Anticipar las características de los cuerpos que se generan al girar o trasladar figuras.
Construir desarrollos planos de conos y cilindros rectos.
Anticipar y reconocer las secciones que se obtienen al realizar cortes a un cilindro o a un cono recto.
Determinar la variación que se da en el radio de los diversos círculos que se obtienen al hacer cortes paralelos en una esfera o cono recto.

Orientaciones didácticas

En este caso, se trata de que los alumnos analicen cómo se generan los cuerpos que se estudian en este grado (esfera, cono y cilindro), y realicen actividades que les permitan comprobar que se producen a partir de girar sobre un eje, un triángulo rectángulo para el cono, un semicírculo para la esfera y un rectángulo para el cilindro; también comprobarán que el cilindro se puede generar por el deslizamiento de un círculo a través de una recta perpendicular a la base (altura).

Este trabajo puede servir para aplicar algunos conceptos estudiados con antelación. De ahí que puedan plantearse preguntas como ésta: ¿Qué formas se obtienen si se hacen diversos cortes en un cilindro recto?

También se pueden plantear situaciones como las siguientes:

- Coloquen un cono dentro de un recipiente y llénenlo poco a poco de agua, ¿qué forma se genera por la intersección de la superficie del agua con las paredes del cono? ¿Qué gráfica representa la relación del nivel del agua con el radio del círculo correspondiente a cada corte?
- Supongan que una esfera se coloca dentro de un recipiente (de preferencia con paredes transparentes) en el que se va poniendo agua. Grafiquen la relación entre la altura del nivel del agua y el radio de los círculos correspondientes. Indiquen las características del corte que permite obtener el círculo de mayor radio (el círculo máximo de la esfera).

Tema — Medida
Subtema — JUSTIFICACIÓN DE FÓRMULAS

Conocimientos y habilidades

5.3. Construir las fórmulas para calcular el volumen de cilindros y conos.

Orientaciones didácticas

Se propone que los alumnos lleguen a la fórmula como generalización de algunos casos particulares y que realicen el ejercicio de comprobar que la capacidad del cono es la tercera parte de la capacidad del cilindro cuando la altura y la base del primero son iguales a la altura y la base del segundo.

Subtema **ESTIMAR, MEDIR Y CALCULAR**

Conocimientos y habilidades	Orientaciones didácticas
5.4. Estimar y calcular el volumen de cilindros y conos. Calcular datos desconocidos dados otros relacionados con las fórmulas del cálculo de volumen.	En este caso no se propone sólo la aplicación de las fórmulas de volumen para resolver problemas, sino que los alumnos logren operar con los términos de la fórmula para obtener otros datos diferentes del volumen. También es conveniente que los alumnos resuelvan problemas de variación funcional en contextos geométricos y argumenten sus respuestas. Pueden analizar, por ejemplo, la relación entre la altura y el volumen de un cilindro cuando el área de la base se mantiene constante.

Eje **Manejo de la información**

Tema **Representación de la información**

Subtema **MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL Y DISPERSIÓN**

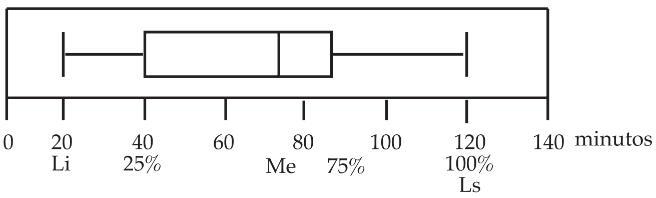
Conocimientos y habilidades

5.5. Interpretar, elaborar y utilizar gráficas de caja-brazos de un conjunto de datos para analizar su distribución a partir de la mediana o de la media de dos o más poblaciones.

Orientaciones didácticas

En los grados anteriores se ha procurado que los alumnos estudien las diferentes medidas de tendencia central y de dispersión de manera conjunta; sin embargo, apenas ahora se abordarán integralmente a partir de la construcción y uso de la gráfica caja-brazos. Esta gráfica sintetiza cinco valores importantes de un conjunto de datos: el valor menor y el mayor, la mediana y los valores que representan 25 y 75% de los datos. En el cuerpo de la caja están representados la mitad de los datos (los que se encuentran entre las marcas de 25 y 75%). La gráfica caja-brazos muestra de manera global la distribución de los datos, no de manera individual. Es muy útil para comparar conjuntos de datos, particularmente cuando el número de elementos es muy grande. Para que los alumnos se familiaricen con el empleo de esta gráfica se sugiere mostrar algunos ejemplos e invitar a los alumnos a analizar su contenido. Enseguida se puede plantear que ellos mismos las elaboren. Algunos ejemplos que se pueden mostrar son:

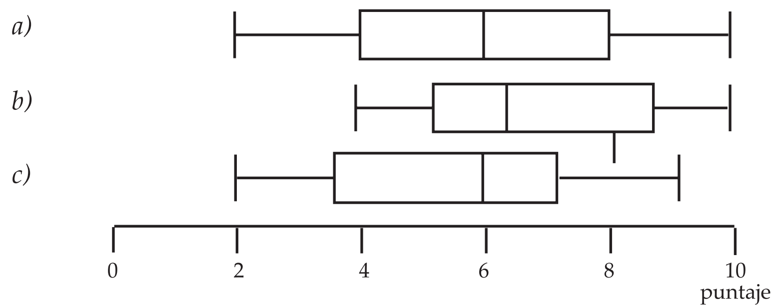
- La siguiente gráfica muestra los minutos que tarda en hacer efecto un medicamento en una población, tomando como referente la mediana de los datos.



Se observa que hubo personas muy sensibles al medicamento, pues el efecto empezó a los 20 minutos (límite inferior), en tanto que otras tardaron hasta 120 minutos (límite superior) en reaccionar. La gráfica muestra también que la mediana de los datos (Me) es 75 minutos, aproximadamente; esto significa que la mitad de la población tardó entre 20 y 75 minutos en sentir el efecto de la medicina, en tanto que la otra mitad tardó entre 75 y 120 minutos. Para elaborar esta gráfica se ordenan los datos (tiempos) de menor a mayor y se dividen en cuatro grupos, cada uno de los cuales representa 25% de la población estudiada. Así, en la gráfica se observa que a los 40 minutos la medicina había hecho efecto a 25% de la población; a los 75 minutos, a 50%; a los 85 minutos, a 75%, y a los 120 minutos, a toda la población.

- Las siguientes gráficas muestran:

  a) La distribución de los puntajes obtenidos por un grupo en un examen.
  b) La distribución de los puntajes entre los varones del grupo.
  c) La distribución de los puntajes entre las mujeres.



¿Qué porcentaje de alumnos del grupo tiene menos de 4 puntos en el examen? ¿Qué porcentaje de varones tiene menos de 4 puntos? ¿Y de mujeres?

¿Es mayor el promedio del grupo que el de varones? ¿Y que el de mujeres?

La gráfica de caja-brazos constituye un primer acercamiento de los alumnos al análisis de la distribución de los datos de una población considerando estadísticas descriptivas. Así, por ejemplo, la longitud de la caja está relacionada con la dispersión de los datos: si es larga, los datos son dispersos; si es corta, no lo son. En cuanto a los brazos, si el primero es más largo que el segundo, significa que 25% de la población es más dispersa que el último y que, por tanto, la caja está corrida a la derecha. Estos conocimientos y habilidades son un punto de partida para que los alumnos interpreten de manera intuitiva la curva de una distribución normal.

Bibliografía recomendada

Libros

Batanero, Ma. del C. *et al.* (1996), *Razonamiento combinatorio,* Madrid, Síntesis.

Casanova, Ma. A. (1998), *Evaluación educativa,* México, SEP/Muralla (Biblioteca para la Actualización del Maestro).

Chevallard, I. (1997), *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje,* México, SEP (Biblioteca para la Actualización del Maestro).

Clark, D. (2002), *Evaluación constructiva en matemáticas,* México, Grupo Editorial Iberoamérica.

Díaz, J. *et al*. (1987), *Azar y probabilidad,* Madrid, Síntesis.

Gardner, Howard, (1997), *La mente no escolarizada. Cómo piensan los niños y cómo deberían enseñar en las escuelas,* México, SEP/Fondo Mixto/Paidós (Biblioteca para la Actualización del Maestro).

Gómez, I. Ma. (2000), *Matemática emocional. Los afectos en el aprendizaje matemático,* España, Narcea.

Grupo Azarquiel (1993), *Ideas y actividades para enseñar álgebra,* Madrid, Síntesis.

Grupo Beta (1990), *Proporcionalidad geométrica y semejanza*, Madrid, Síntesis.

Hargreaves, Andy *et al.* (2000), *Una educación para el cambio. Reinventar la educación de los adolescentes*, México, SEP/Octaedro (Biblioteca para la Actualización del Maestro).

Hitt, F. (2002), *Funciones en contexto,* México, Prentice Hall.

Segovia, I. (1989), *Estimación en cálculo y medida,* Madrid, Síntesis.

SEP (2000), *Fichero. Actividades didácticas. Matemáticas. Educación Secundaria,* México, SEP.

SEP (2000), *Libro para el maestro. Matemáticas. Educación Secundaria,* México, SEP.

Artículos

Batanero, Ma. del Carmen, "Significado y comprensión de las medidas de posición central", *Uno*, núm. 25, 2000, pp. 41-58 [Graó].

Rojano, Teresa, "Incorporación de entornos tecnológicos de aprendizaje a la cultura escolar: proyecto de innovación educativa en matemáticas y ciencias en escuelas secundarias públicas de México", *Revista Iberoamericana de Educación*, núm. 33, 2003 [Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura].

Trigueros, M., S. Ursini y D. Lozano, "La conceptualización de la variable en la enseñanza media", *Educación Matemática,* vol. 12, núm. 2, agosto de 2000, pp. 27-48.

Educación básica. Secundaria. Matemáticas.
Programas de estudio 2006

Se imprimió por encargo de la
Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuitos,
en los talleres de

con domicilio en

el mes de junio de 2006.
El tiraje fue de 130 000 ejemplares.